



AXISVM

AUTO N_{cr} SEGÉDLET

ELMÉLETI HÁTTÉR ÉS SZEMLÉLTETŐ PÉLDÁK

Készítette: Inter-CAD Kft.

Ez az oldal szándékosan üres.

TARTALOMJEGYZÉK

1. BEVEZETŐ	4
2. CÉLKITŰZÉSEK ÉS ALKALMAZÁSI KORLÁTOK	5
3. MÓDSZERTAN	6
4. ÖNÁLLÓ ELEMELK VIZSGÁLATA	10
4.1 Végpontjain megtámasztott oszlop	11
4.1.1 Csuklókkal megtámasztott oszlop	12
4.1.2 Kilengő keret befogott oszlopa	12
4.1.3 Befogott konzol	14
4.1.4 Félmerev támaszú konzol	15
4.1.5 Az $AutoN_{cr}$ eljárás pontossága végpontjain megtámasztott oszlopok esetén	16
4.2 Kettőnél több támaszú oszlopok	18
4.2.1 Középponti támasz és egyenletesen megoszló normálerő	18
4.2.2 Középponti támasz és szakaszonként egyenletesen megoszló normálerő	19
4.2.3 Négy ponton megtámasztott oszlop	21
4.2.4 Összetett megtámasztási rendszer és szakaszonként egyenletesen megoszló normálerő	22
4.2.5 Pontosság: szakaszonként egyenletesen megoszló normálerő és különböző relatív hosszúságú szakaszok	24
4.2.6 Alkalmazási korlátok: változó eloszlású normálerő	25
4.2.7 Alkalmazási korlátok: változó keresztmetszet	26
4.3 Szerkezeti elemekkel megtámasztott oszlop	29
4.3.1 Egyszerű gerendával megtámasztott oszlop	29
4.3.2 Nyomott gerendával megtámasztott oszlop	30
4.3.3 Ferde gerendával megtámasztott oszlop	32
4.3.4 Alkalmazási korlátok: ferde gerendák	33
4.3.5 Alkalmazási korlátok: változó keresztmetszetű gerendák	34
5. Szerkezet vizsgálata	36
6. Összefoglalás	41
7. Irodalomjegyzék	42

Ez az oldal szándékosan üres.

1. BEVEZETŐ

A rendelkezésre álló számítási kapacitás gyors növekedése napjainkban alapvetően változtatja meg a szerkezettervezési gyakorlatot. A szerkezettervező mérnökök nem csak gyorsabb számító algoritmusokat várnak, hanem fejlettebb szoftvereket is, melyek a számos tervezési feladat közül egyre többet automatikusan képesek elvégezni. Az automatikus tervezés ugyan gyorsabb, de az eredmények nem feltétlenül vezetnek a hagyományos módon tervezettnél gazdaságosabb szerkezeti kialakításhoz. A gazdaságosság nagymértékben függ az alkalmazott eljárástól és az automatikusan méretező algoritmusnak szolgáltatott bemenő adatoktól. Amennyiben az adott feladat az algoritmus alkalmazási korlátain kívülre esik, vagy a nem megfelelő bemenő adatokkal számolunk, az eredményt akár jelentős hiba terhelheti. Ez a hiba nem feltétlenül a biztonság oldalán jelenik meg, ezért súlyos következményekkel járhat.

A szerkezettervező szoftverek körében népszerű a szerkezeti elemek ellenállásának automatikus számítása. Európában ez általában az Eurocode szabványoknak megfelelő szilárdsági és stabilitási ellenőrzések automatikus elvégzését jelenti. Az ellenőrzéshez szükséges paraméterek egy részét a programok a végeselemes modell alapján fel tudják venni (pl. keresztmetszeti méretek, elemhosszok, anyagjellemzők, stb.). A fennmaradó paramétereket pedig a felhasználó adja meg (pl. erőbevezetés helye, vasalás elrendezése, csomópontok mérete és csomóponti kialakítás részletei). A stabilitási ellenőrzésekhez szükséges kihajlási hossz értékének meghatározása is tipikusan a felhasználó feladata, mivel ehhez sokszor mérnöki szemlélet és a végeselemes modellben nem szereplő információ ismerete szükséges. Ezért meglehetősen nehéz feladat ezt a bemenő adatot automatikusan számított értékkel helyettesíteni.

Számos szerkezettervező környezetben elérhető a kihajlási hossz, vagy a befogási tényezők automatikus számítására alkalmas algoritmus. Ezek azonban általában csak egyszerű alapeseteket képesek kezelni. Azok a felhasználók, akik nincsenek tisztában az adott szoftver automatikus méretező algoritmusának alkalmazási korlátaival, várhatóan komoly hibákat fognak véteni a tervezés során. Az AxisVM automatikus kihajlási hossz számító eljárása (a továbbiakban röviden $AutoN_{cr}$ eljárás) esetében a széles körű alkalmazhatóságot és átlátható működést tartottuk a legfontosabbnak. A következő fejezetben bemutatjuk az $AutoN_{cr}$ eljárás alkalmazási területét és céljait, így a felhasználók megismerhetik azokat a tervezési szituációkat, melyekben az eljárás segítségükre lehet. Az azt követő, módszertannal foglalkozó fejezet az algoritmus működési elvét ismerteti, ezzel még nagyobb rálátást nyújt a benne rejlő lehetőségekre. Ezután egyre összetettebb példákon keresztül mutatjuk be azokat az eseteket, melyekben javasoljuk az $AutoN_{cr}$ eljárás alkalmazását és azokat, melyekben csak korlátozottan alkalmazható ez az eszköz.

2. CÉLKITŰZÉSEK ÉS ALKALMAZÁSI KORLÁTOK

Egy automatikus kihajlási hossz számító eszköz a következő két, sokszor egymással ellentétes célt szolgálja:

- Időt takarít meg.

Tipikus példa erre egy statikai szempontból egyszerű, de nagy numerikus modell vizsgálata, mely sok különböző szerkezeti elemet tartalmaz. A felhasználó ismeri az összes szerkezeti elemhez tartozó kihajlási hossz nagyságát, de sok időbe kerül ezeket megadni a programban. Egy ideális eljárással minden szerkezeti elemhez azonnal automatikusan hozzárendelhető a megfelelő kihajlási hossz.

- Megoldást nyújt speciális esetekben.

Egy összetett szerkezeti kialakítás, vagy a félmerev csomóponti viselkedés csak kettő a sok olyan példa közül, melyet egy gyakorló szerkezettervező mérnök nehezen tud fejlett számítógépes vizsgálat nélkül kezelni. Egy ilyen célra fejlesztett eljárás a háttérben automatikusan elvégzi a szükséges összetett vizsgálatokat, majd összefoglalja a fontosabb eredményeket a felhasználónak és felhasználja például a kihajlási hossz értékét a későbbi számításokban.

Az utóbbi, összetett számítás elvégzése előtt a felhasználónak általában számos olyan paramétert kell megadnia, melyek a végelemes modellben egyébként nem szerepelnek. Ezért már a számítás előkészítéséhez és később a futtatáshoz is számottevő idő szükséges akkor is, ha éppen nem egy bonyolult szerkezeti kialakításhoz használjuk az automatikus eljárást. Ez hátrány azok számára, akik elsősorban egyszerű kialakítású, de nagy számú szerkezeti elemmel foglalkoznak. Célunk ezért egy olyan eljárás kidolgozása, mely hatékonyan működik, így felhasználóink többségének gyorsítja munkáját, és szerkezeti kialakítások kellően tág halmazára alkalmazható, így a valós tervezési gyakorlatban is használható. Ezért az AutoN_{cr} eljárás jelenlegi verzióját nem speciális esetek megoldására hoztuk létre. A későbbiekben ezekre a feladatokra az eljárás kiterjesztéseként, egy másik módszert fogunk alkalmazni.

A kezelt feladatok összetettségén túl fontos pontosan meghatározni, hogy mire várunk választ az AutoN_{cr} eljárástól. Feltételezzük, hogy az AxisVM felhasználóinak többsége nem hajt végre nemlineáris statikai vizsgálatot geometriai imperfekciókat tartalmazó szerkezeti modelleken a kihajlási ellenállás meghatározása érdekében, hanem egy egyszerűsített módszertan alapján a vizsgált szerkezeti elemhez tartozó rugalmas kritikus erőt (N_{cr}) felhasználva határoz meg kísérleti eredmények alapján kalibrált teherbírás-csökkentő tényezőket. Ilyen eljárást tartalmaz például az Eurocode 3 (EC3-1-1) EN 1993-1-1 6.3 (CEN, 2009a) pontja. Ezek az eljárások feltételezik, hogy a vizsgált szerkezeti elemre jellemző karcsúság arányos a kritikus erő nagyságával. Az N_{cr} értékét névleges keresztmetszeti és szerkezeti méretek alapján kell meghatározni. A jellemző geometriai imperfekciót, sajátfeszültségeket, és a folyáshatár értékének bizonytalanságát a módszertan módosító tényezők segítségével veszi figyelembe. Ezért az N_{cr} meghatározásakor ezekkel a numerikus modellt nem szabad befolyásolni.

A lineáris kihajlásvizsgálat során egy ideális lineárisan rugalmas elem egyensúlyára felírt sajátértékfeladatot oldunk meg. A megoldás során figyelembe vehetjük az elemre ható központos nyomóerő hossz menti eloszlását és a peremfeltételek valamint csatlakozó elemek által biztosított megtámasztási viszonyokat. Ezért a kapott megoldás éppen a fenti módszertanhoz szükséges N_{cr} értéket adja. Az Auto N_{cr} eljárással ezeket a rugalmas kritikus erő értékeket (és a hozzájuk tartozó befogási tényezőket) közelítjük úgy, hogy a felhasználónak nem szükséges idő- és erőforrás-igényes lineáris kihajlásvizsgálatot futtatnia.

Fontos hangsúlyozni, hogy a modellezési hibák (például helytelen megtámasztási viszonyok, kapcsolati merevségek, hiányzó szerkezeti elemek/részletek) a lineáris kihajlásvizsgálathoz hasonló módon hatással vannak az Auto N_{cr} eljárás eredményeire is. Ezért kiemelt figyelmet kell fordítani arra, hogy a numerikus modell helyesen írja le a vizsgált szerkezeti elem megtámasztási viszonyait. Ezen túl javasoljuk, hogy a felhasználók mérnöki szemlélet alapján ellenőrizzék az automatikusan számítással kapott értékeket és végezzenek további vizsgálatokat amennyiben kétségük merül fel az eredmények helyességét illetően.

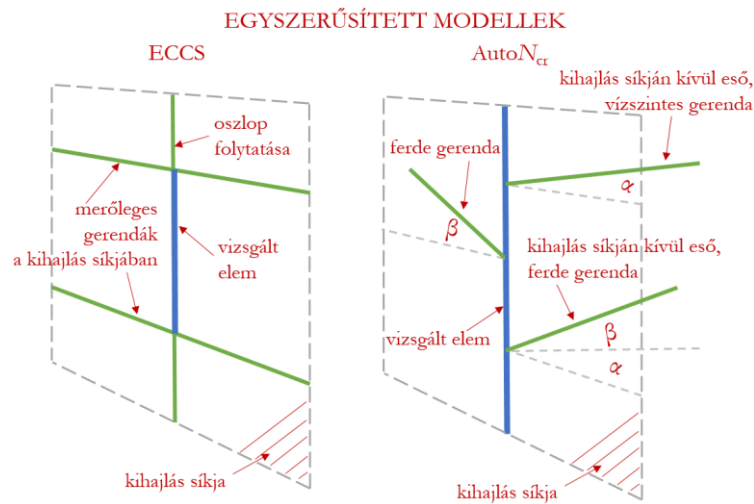
3. MÓDSZERTAN

Az automatikus számítási eljárás alapjául az Európai Acélszerkezeti Szövetség (European Convention for Constructional Steelwork – ECCS) EC3-1-1 szabványhoz kiadott háttérdokumentációja (ECCS, 2006) szolgált. A dokumentum A mellékletében található eljárást fejlesztettük tovább és építettük be az AxisVM programba Auto N_{cr} néven. Ebben a fejezetben a eljárás részleteit mutatjuk be.

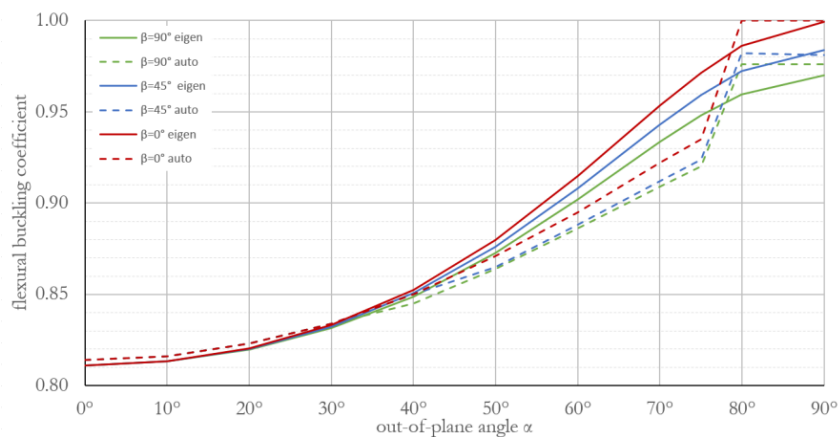
A háttérdokumentációban szereplő módszertan a vizsgált szerkezet egyes elemeit elkülönítve vizsgálja egy egyszerűsített modell segítségével. Az egyszerűsített modell kialakítása során a vizsgált szerkezeti elemet kiemeljük az összetett szerkezeti modellből és a kapcsolódó elemeket véges merevségű támaszokkal helyettesítjük. Az ECCS dokumentációjában szereplő módszertan önálló oszlopokat kezel, melyeket végpontjaiban két-két merőlegesen futó gerenda és/vagy folytatólagos oszlop-szakaszok támasztanak meg (1. ábra). Ezt az eljárást két tekintetben fejlesztettük tovább:

- A támaszok és kapcsolódó elemek nem kizárólag a vizsgált szerkezeti elem végpontjainál helyezkedhetnek el. Bármely köztes csomópontban kapcsolódhat tetszőleges számú egyéb elem a vizsgált szerkezeti elemhez.
- Kellő pontosságú eredményeket kaphatunk tetszőleges szögben kapcsolódó gerendák esetére is. A gerendák vizsgált elemmel bezárt szöge változhat a kihajlás síkjában (β) és a kihajlás síkjára merőlegesen is (α). A 2. ábrán látható, hogy a kidolgozott eljárással a csatlakozási szögek széles tartományában kifejezetten jó közelítésekre számíthatunk.

Az Auto N_{cr} eljárásban alkalmazott egyszerűsített modellt mutatja be az 1.b ábra. Az eljárás továbbra is egy kiemelt szerkezeti elem köré felépített modellel dolgozik, ezért kizárólag a közvetlenül kapcsolódó elemeket tudja figyelembe venni a számítás során. Ezért olyan szerkezetek esetében, melyeknél a vizsgált elem kihajlására jelentős hatással van egy attól távol eső szerkezeti elem viselkedése, ez az egyszerűsített eljárás nem képes kellő pontossággal becsülni az N_{cr} értékét. Az ebből adódó korlátokat a fejezet végén foglaljuk össze.



1. ábra Az eredeti ECCS módszertan (a) és az AxisVM egyszerűsített modellezésének összehasonlítása.



2. ábra Az AxisVM AutoNcr eljárásával számított befogási tényező pontossága egy ferde gerendával megtámasztott oszlop esetében (a részleteket lásd a 4.3.4 pontban). A gerenda ferdeségét jellemző α és β szögek széles tartományában elhanyagolható mértékű a közelítés hibája.

Az egyszerűsített modellben a globális szerkezeti modell négy különböző típusú megtámasztási lehetősége jelenik meg peremfeltételként:

- Rögzített szabadságfok:

Az AxisVM lehetőséget ad egyes csomópontok bármely eltolódási vagy elfordulási lehetőségének korlátozására a mozgáshoz tartozó szabadságfok rögzítésével. Ezek a rögzített szabadságfokok merev támaszokként jelennek meg az egyszerűsített modellben.

- Csomóponti támasz:

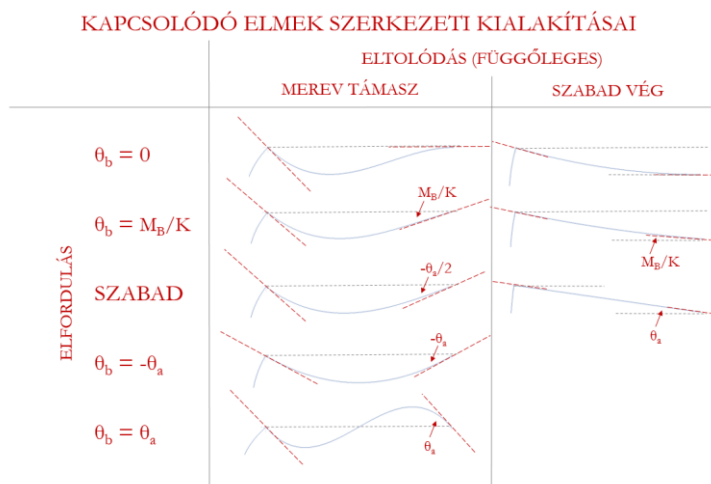
A lineárisan rugalmas viselkedésű csomóponti támaszokat módosítás nélkül másolja át az eljárás az egyszerűsített modellbe. A nemlineáris viselkedésű támaszokat olyan lineáris támaszokkal helyettesítjük, melyek merevsége megegyezik a nemlineáris támaszok kezdeti merevségével. Nem szimmetrikus viselkedésű (például csak húzásra vagy csak nyomásra működő) támaszokat szimmetrikus lineáris viselkedésű támaszokkal helyettesítünk.

- Elemvégi merevség:

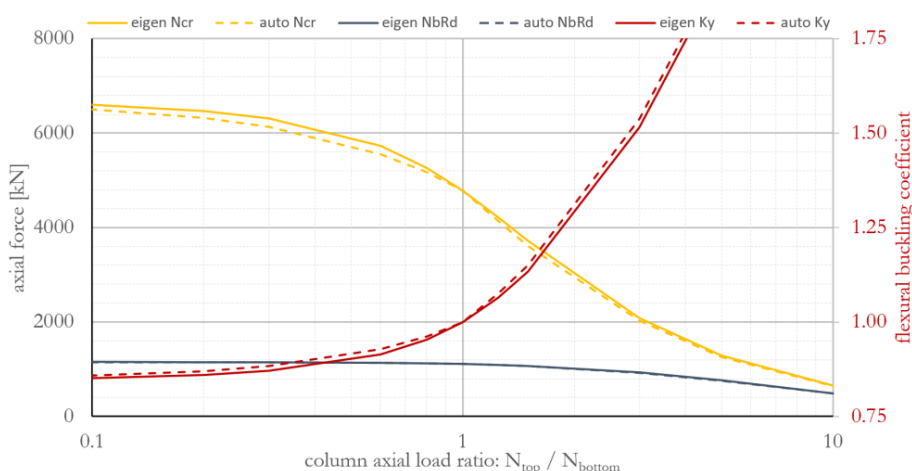
Az egyszerűsített modell merev végű gerendákat használ, ezért az eredeti elemvégi merevséget a megtámasztási viszonyok módosításával veszi figyelembe. Merev, félmerev és csuklós elemvégi beállítások esetén rendre merev, félmerev és szabad támaszokat alkalmaz. Az elemvégi támaszok esetében megadható teherbírási korlátokat az egyszerűsített modell nem veszi figyelembe.

- Kapcsolódó elem:

A kapcsolódó elemek által biztosított megtámasztás merevsége nagymértékben függ a kapcsolódó elem saját megtámasztási viszonyaitól. Az $AutoN_{cr}$ eljárás ezért megtámasztási viszonyaik alapján a 3. ábrán látható osztályokba sorolja be a kapcsolódó elemeket. Ezen felül az automatikus számítás során figyelembe vesszük a nyomott elemek esetében a nyomóerővel arányos merevségcsökkenést is. A 4. ábrán látható, hogy a megtámasztó elemben növekvő központos nyomóerő esetén hogyan változnak a megtámasztott elemre jellemző kihajlási paraméterek. Az $AutoN_{cr}$ a nyomóerő nagyságától függetlenül jól közelíti a kihajlásvizsgálat eredményét.



3. ábra Kapcsolódó elemek lehetséges szerkezeti kialakításai az egyszerűsített modellben.



4. ábra Egy oszlop rugalmas kritikus terhének változása az egyes szakaszaiban ébredő normálerők arányának függvényében (a numerikus modellt részletesen a 4.2.5 pontban mutatjuk be).

Amennyiben az egyszerűsített modell egyik támaszával több különböző komponens hatását modellezzük (pl. kapcsolódó elemek és félmerev elemvég), a támasz merevségét a komponensek hatásainak összegzésével határozzuk meg.

A kihajlási hossz értékét az ECCS (2006) háttérdokumentációjában szereplő összefüggések alapján számítjuk. Másodrendű hatásokra nem érzékeny, ún. nem kilengő stabilitásvesztés esetén a 298. összefüggéssel számolunk:

$$\frac{L_{cr}}{L} = \frac{1 + 0.145(\eta_1 + \eta_2) - 0.265\eta_1\eta_2}{2 - 0.364(\eta_1 + \eta_2) - 0.247\eta_1\eta_2}$$

Kilengő stabilitásvesztés esetén pedig a 299. összefüggést használjuk:

$$\frac{L_{cr}}{L} = \sqrt{\frac{1 - 0.2(\eta_1 + \eta_2) - 0.12\eta_1\eta_2}{1 - 0.8(\eta_1 + \eta_2) + 0.60\eta_1\eta_2}}$$

Ahol L_{cr} a kihajlási hossz, η_1 és η_2 az ún. szétosztási tényezők (distribution factor), melyek a vizsgált elem két végének megtámasztási viszonyait jellemzik. Ezeket az egyszerűsített modellben szereplő támaszmerevségek alapján a háttérdokumentáció 293. és 294. összefüggéseihez hasonló módon számítjuk. Az eredeti összefüggések módosítása az egyszerűsített modell általánosítása érdekében szükséges.

A fenti eljárás alkalmazásának a következő korlátok szabnak határt:

- Az egyszerűsített modellben szereplő támaszok merevségére kizárólag a vizsgált elemhez közvetlenül kapcsolódó elemek vannak hatással. Ezért kellő pontosságú eredményeket kizárólag néhány elemből álló, egyszerű szerkezetek esetében tudunk garantálni. Nagyobb szerkezetek esetében fontos észre venni, hogy az egyes szerkezeti elemek nem egyedül hajlanak ki (a tökéletes rácsrúdként viselkedő elemek kivételével), hanem számos, vagy az összes elem egyszerre veszíti el a stabilitását. Ezért nagy, összetett szerkezetek esetén az önálló elemek vizsgálatát jelentősen befolyásolhatja több, akár közvetetten kapcsolódó elem viselkedése is. Az AutoNcr eljárásban szereplő egyszerűsített modell ezt a közvetett hatást nem veszi figyelembe.

Összetett szerkezetek egy speciális csoportját képezik a keretszerkezetek. Ezekben jelentős hatással vannak a közvetetten kapcsolódó elemek egymásra, az AutoNcr eljárás mégis kellő pontosságú eredményeket biztosít amennyiben a következő feltételt kielégíti a szerkezet:

$$\frac{N_{Ed,m}}{N_{cr,m}} = \frac{N_{Ed,i}}{N_{cr,i}} \quad \text{minden } i - \text{re}$$

Ahol N_{Ed} a központos nyomóerő tervezési értéke; N_{cr} a vizsgált elem rugalmas kritikus terhe csuklós megtámasztás esetén; az m és i indexek pedig a rendre a vizsgált elemre és a keret összes többi elemére vonatkoznak. A fenti feltételt a keretszerkezetek oszlopai és gerendái általában kielégítik.

- Az egyszerűsített modellben a támaszok között egyenletesen megoszló központos nyomóerőt tételez fel az eljárás. Ennél magasabb rendű nyomóerő eloszlást minden esetben egyenletes eloszlással helyettesít. A helyettesítő egyenletes eloszlás nagyságát minden elemre a valós eloszláshoz tartozó értékek maximumaként veszi fel.
- A húzó igénybevétel hatására kialakuló többlet merevítő hatást az eljárás figyelmen kívül hagyja.
- Az egyszerűsített modellben állandó keresztmetszetű elemekkel számol az eljárás. Ezért a változó keresztmetszetű elemeket olyan állandó keresztmetszetű elemekkel helyettesíti, melyek keresztmetszeti jellemzői alapján számított merevsége jól közelíti a változó

keresztmetszetű elem kisebbik keresztmetszetű végén számítható megtámasztási merevségét. Az ebből adódó alkalmazási korlátokat mutatjuk be a 4.3.5. pontban.

Fontos, hogy az $AutoN_{cr}$ eljárást használó mérnök megismerje a fenti korlátokat, tisztában legyen az alkalmazott közelítésekkel és csak akkor használja az automatikus számítási lehetőséget, ha az adott szerkezettervezési feladathoz az valóban alkalmazható. A következő fejezetekben szereplő példákkal ehhez nyújtunk segítséget.

4. ÖNÁLLÓ ELEMOK VIZSGÁLATA

Ebben a fejezetben egy olyan oszlop vizsgálatát mutatjuk be több példán keresztül. Az oszlopot minden esetben más módon támasztjuk meg. A példák segítségével célunk bemutatni az $AutoN_{cr}$ eljárás működését és alkalmazási korlátait. Az első példa a legegyszerűbb kihajlási probléma – egy csuklósan megtámasztott oszlop – melyet egyre összetettebb kialakítások vizsgálata követ.

A szemléltetésen túl ezeket a példákat ellenőrzésnek is szánjuk. Ezért az $AutoN_{cr}$ eljárás eredményei mellett a lineárisan rugalmas kihajlásvizsgálat eredményeit is mutatjuk, mint referencia értékeket. Ezekon túl az EC3-1-1 5.3.2 alapján felvett egyenértékű kezdeti imperfekcióval rendelkező modelleken végzett nemlineáris statikus vizsgálatok eredményeivel is összevetjük a kapott kritikus erő és kihajlási ellenállás értékeit.

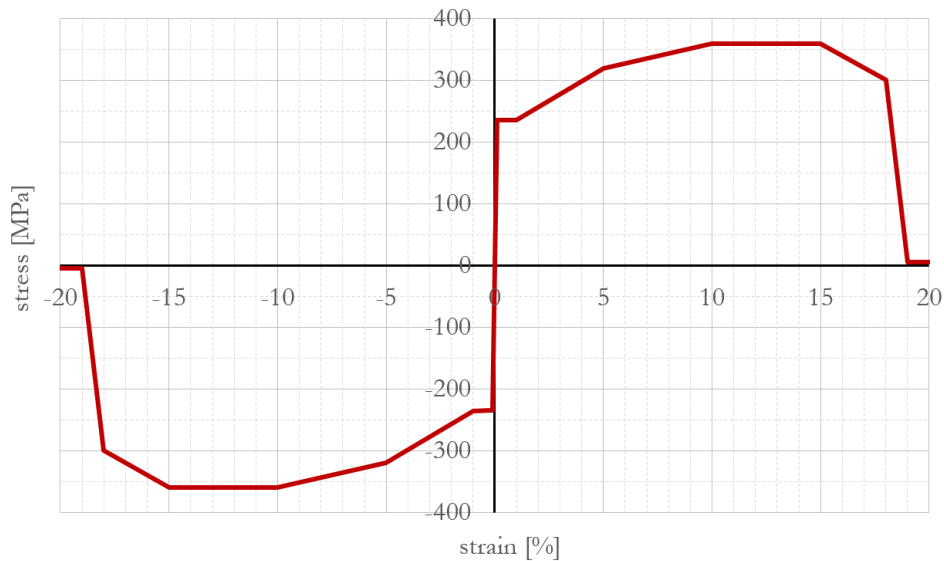
Számos modellezési jellemzőt minden példában azonosan vettünk fel. A szerkezeti elemek feltételezzük, hogy S235 szilárdsági osztályú acélból készülnek ($E_0 = 210$ GPa; $f_y = 23.5$ kN/cm²; $f_u = 36$ kN/cm²). A szerkezeti elemek modellezéséhez elemenként 20 darab gerenda végelemet használunk. A tengelyirányú terheket központos koncentrált erőként modellezzük. Feltételezzük, hogy a vizsgált oszlop esetében a gyenge tengely körüli kihajlás és a kifordulás egyik esetben sem mértékadó, mert ezek elkerülése érdekében az elemek oldalirányban megfelelő módon meg vannak támasztva. A csatlakozó elemek esetében is kizárjuk a kifordulás lehetőségét. A lineárisan rugalmas kihajlásvizsgálatra sajátérték feladatként, az $AutoN_{cr}$ eljárásra pedig auto-ként hivatkozunk a továbbiakban.

Az egyenértékű geometriai imperfekciót a sajátérték feladatból kapott, adott elemre jellemző első kihajolt alaknak megfelelően vesszük fel. Az imperfekció amplitúdóját az EC3-1-1 5.3.2(11) által is javasolt, Chladný és Štujberová (2013) által kidolgozott eljárással számítjuk. A nemlineáris rugalmas vizsgálat olyan nemlineáris statikus vizsgálatot jelent, melyet imperfekt alakú szerkezeten, de lineárisan rugalmas anyag feltételezésével hajtunk végre. A nemlineáris képlékeny vizsgálat ezzel minden tekintetben egyenértékű, de ebben az esetben az anyagi nemlinearitást is figyelembe vesszük. Az EC3-1-1 5.4.3(4) és az EC3-1-5 (CEN, 2009b) C.6 alapján egyedi feszültség-alakváltozás összefüggést definiáltunk, mely jól követi az acél anyag monoton terhelés esetén tapasztalható felkeményedését (5. ábra). Minden számítást az AxisVM szoftverrel végeztünk.

Az ellenállásokat és kritikus terheket a következőképpen számoljuk:

– Sajátérték feladat:

A kritikus központos nyomóerő (*sajátérték* N_{cr}) a tökéletes rendszer elágazási pontjához tartozó teher nagysága. Ezt egy 1 N központos nyomóerővel terhelt elem lineárisan rugalmas kihajlásvizsgálatával állítjuk elő. A kihajlásvizsgálat eredményei közül a legkisebb sajátérték adja N_{cr} értékét. Az adott N_{cr} -hez tartozó befogási tényezőt (*sajátérték* K_y) a következő összefüggéssel határozzuk meg:



5. ábra A nemlineáris képlékeny vizsgálathoz alkalmazott acél anyag feszültség-alakváltozás diagramja.

$$K_y = \sqrt{\frac{\pi^2 EI}{N_{cr} L^2}}$$

A vizsgált szerkezeti elemre jellemző kihajlási ellenállást (*sajátérték* N_{bRd}) pedig K_y alapján az AxisVM Acéltervező moduljával számoljuk az EC3 előírásainak megfelelően.

- Automatikus számítás:

A kritikus központos nyomóerőt (*auto* N_{cr}) és a hozzá tartozó befogási tényezőt (*auto* K_y) is az AxisVM AutoNcr eljárásával számoljuk a 3. fejezetben bemutatott módszertan segítségével. A szerkezeti elemre jellemző kihajlási ellenállást (*auto* N_{bRd}) *auto* K_y alapján az AxisVM Acéltervező moduljával számoljuk az EC3 előírásainak megfelelően.

- Nemlineáris rugalmas vizsgálat:

A kritikus központos nyomóerőt (*nemlineáris rugalmas* N_{cr}) a központos nyomóerő – maximális oldalirányú eltolódás görbe inflexiós pontjánál leolvasható központos teherként definiáljuk. A kihajlási ellenállásnak (*nemlineáris rugalmas* N_{bRd}) a központos tehernek azt a nagyságát tekintjük, melynél a szerkezeti elem mértékadó keresztmetszetének szilárdsági kihasználtsága éppen 100%. (A szilárdsági kihasználtságot az AxisVM Acéltervező modul M-N-V ellenőrzésével határozzuk meg.)

- Nemlineáris képlékeny analízis:

A kihajlási ellenállást (*nemlineáris képlékeny* N_{bRd}) a központos nyomóerő – maximális oldalirányú eltolódás görbe maximumához tartozó teherintenzitásként definiáljuk.

4.1 Végpontjain megtámasztott oszlop

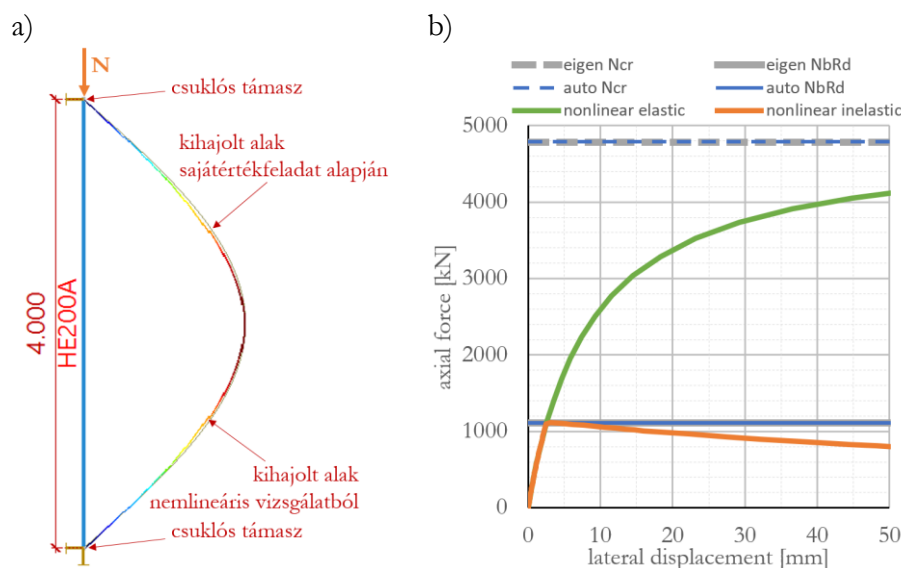
Az első néhány példában egy egyszerű oszlopot vizsgálunk, melynek végpontjain különböző merevségű támaszokat helyezünk el. Az oszlop 4 m magas, HE200 A szelvényű és a tetőpontján koncentrált központos nyomóerő terheli.

4.1.1 Csuklókkal megtámasztott oszlop

Az első példa a kihajlásvizsgálat alapproblémája: két végén csuklósan megtámasztott oszlop. A 6.a ábra foglalja össze a bemenő adatokat és látható rajta a lineárisan rugalmas kihajlásvizsgálat, valamint a nemlineáris vizsgálat során számított kihajolt alak. A két görbe közti eltérés elhanyagolható.

A 6.b ábra diagramjai a központos nyomóerő – maximális oldalirányú elmozdulás (a kihajlás síkjában) összefüggését mutatják a különböző vizsgálatok eredményei alapján. Az oldalirányú elmozdulást az oszlop középső csomópontjánál mértük. Az eredményeket az 1. táblázat foglalja össze.

Az AutoN_{cr} eljárás eredményei ebben az esetben tökéletesen megegyeznek a sajátérték feladat megoldásával. A lineáris és nemlineáris vizsgálatok eredményei közti eltérés is elhanyagolható mértékű.



6. ábra Két végén csuklósan megtámasztott oszlop kihajlásvizsgálata. a) Bemenő adatok és kihajolt alak; b) különböző vizsgálatokkal számított normálerő – maximális oldalirányú elmozdulás diagramok.

1. táblázat Két végén csuklósan megtámasztott oszlop kihajlásvizsgálatának főbb eredményei. Az erő jellegű mennyiségek kN-ban szerepelnek.

	K_y	N_{cr}	N_{bRd}
sajátérték	1.00	4784	1110
AutoN _{cr}	1.00	4784	1110
nemlineáris rugalmas	-	4809	1126
nemlineáris képlékeny	-	-	1116

4.1.2 Kilengő keret befogott oszlopa

A második példában a kilengő jelző jelentőségével foglalkozunk egy olyan oszlop vizsgálatán keresztül, melynek felső pontja oldalirányban nincs megtámasztva (8.a ábra). A kilengő jelző jelentését az ECCS EC3 háttérdokumentációjának 4.3.2.1.2 pontja a következőképpen foglalja össze (a következő idézet az eredeti angol szöveg magyar fordítása):

„A „nem kilengő” jelzővel abban az esetben illetünk egy keretet, ha a keretsíkban működtetett vízszintes hatásvonalú terhekre adott válasza alapján olyan merev a szerkezet, hogy a szintek vízszintes elmozdulásának (az ún. P-Δ hatás) következtében kialakuló többlet erők vagy

nyomatékok elhanyagolhatók. Ez azt jelenti, hogy a globális másodrendű hatások elhanyagolhatók. Amennyiben a másodrendű hatások nem hanyagolhatók el, a keretet „kilengő”-ként kell kezelni.”

Felhívjuk a figyelmet arra, hogy a keretek „kilengő” és „merevített” jellemzői a szerkezeti viselkedést különböző szempontból értékelik. A „kilengő” jelző a másodrendű hatások jelentőségét írja le. A „merevített” jelző pedig a megfelelő merevséggel rendelkező merevítőrendszerre utal. Ezért egy merevített keret nem feltétlenül nem kilengő; az utóbbi feltételt az előbbitől függetlenül kell ellenőrizni.

Az EC3-1-1 5.2.1(3) a következő feltételek teljesülése esetén javasolja figyelembe venni a másodrendű hatásokat:

$$\alpha_{cr} = \frac{F_{cr}}{F_{Ed}} \geq 10 \quad \text{rugalmas méretezés esetén}$$

$$\alpha_{cr} = \frac{F_{cr}}{F_{Ed}} \geq 15 \quad \text{képlékeny méretezés esetén}$$

ahol F_{cr} a globális stabilitásvesztéshez vezető kritikus erő nagysága, F_{Ed} az erő tervezési értéke, α_{cr} pedig a kritikus teherszorító. Amennyiben a kifordulás hatása a globális stabilitásvesztésre elhanyagolható, a sajátértékfeladat megoldásaként adódó teherszorító (AxisVM esetén n_{cr} a *Kihajlás* fülön) jól közelíti α_{cr} értékét.

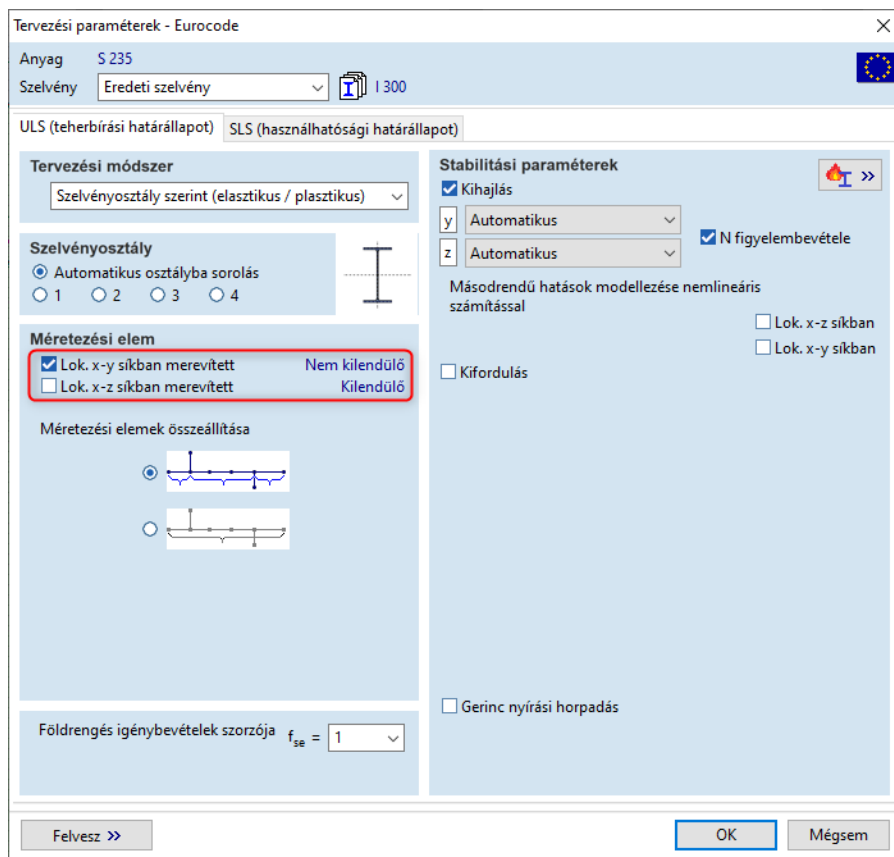
A másodrendű hatások jelentős mértékben csökkenthetik a rugalmas kritikus teher értékét és ezáltal a kilengő keretek elemeinek kihajlási ellenállását. A vizsgált elem kilengő viselkedését a felhasználónak kell megállapítania és az Acél Tervezési Paraméterek ablakban a megfelelő beállításon keresztül közölnie kell az AutoNcr-eljárással (7. ábra). Felhívjuk a figyelmet arra, hogy az y tengely körüli kihajlás a vizsgált rúd lokális koordináta rendszere szerinti x-z síkban következik be. Ezért ebben a példában az oszlopot kilengőnek állítjuk be a lokális x-z síkban, de a lokális y-z síkban meghagyjuk nem kilengőnek (mivel a gyenge tengely körüli kihajlást nem vizsgáljuk).

A bemenő adatokat és a kihajolt alakot a 8.a ábra mutatja be. A nemlineáris vizsgálat során és a sajátérték feladat megoldásaként kapott kihajolt alak ebben az esetben is láthatóan megegyezik. Felhívjuk a figyelmet arra, hogy a kihajolt alak ugyan eltér az előző példában tapasztalttól, azonban a hozzá tartozó befogási tényező megegyezik a csuklós rúdnál számítottal. Ezért a rugalmas kritikus teher és a kihajlási ellenállás is azonos az előző példában kapott értékekkel (8.b ábra és 2. táblázat). A két példa közti fontos különbség az oldalirányú elmozdulás mértékében tapasztalható, mely rendre 6,06 mm és 3,03 mm a második és az első példában. (Az elmozdulást ennél a példánál az oszlop felső csomópontjánál mértük.)

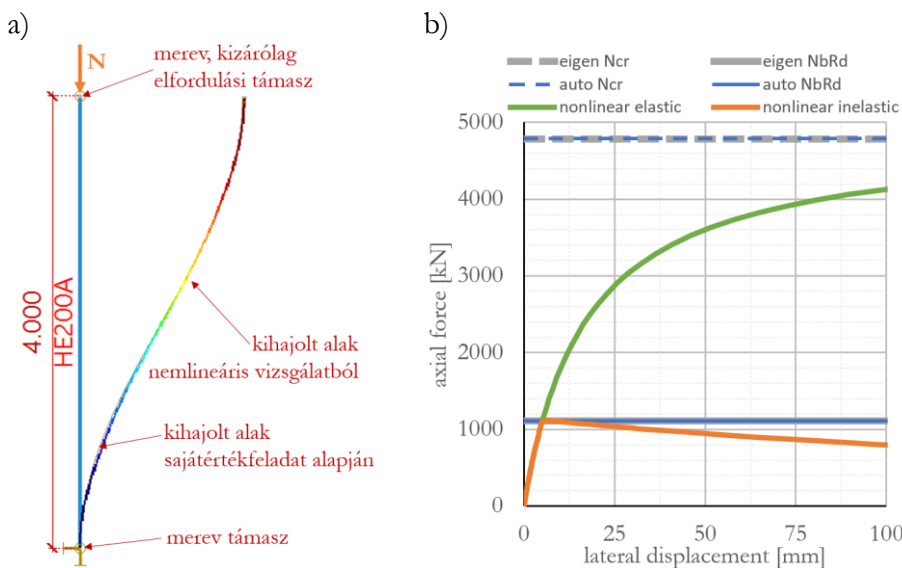
Az AutoNcr eljárás az előző példához hasonlóan ebben az esetben is tökéletesen pontos eredményt ad. A lineáris és nemlineáris vizsgálatok eredményei közti eltérés elhanyagolható mértékű.

2. táblázat Befogott, kilengő oszlop kihajlásvizsgálatának főbb eredményei. Az erő jellegű mennyiségek kN-ban szerepelnek.

	K_y	N_{cr}	N_{bRd}
sajátérték	1.00	4784	1110
AutoNcr	1.00	4784	1110
nemlineáris rugalmas	-	4824	1127
nemlineáris képlékeny	-	-	1116



7. ábra Méreteezési elem kilengő jellemzőjének beállítása AxisVM-ben

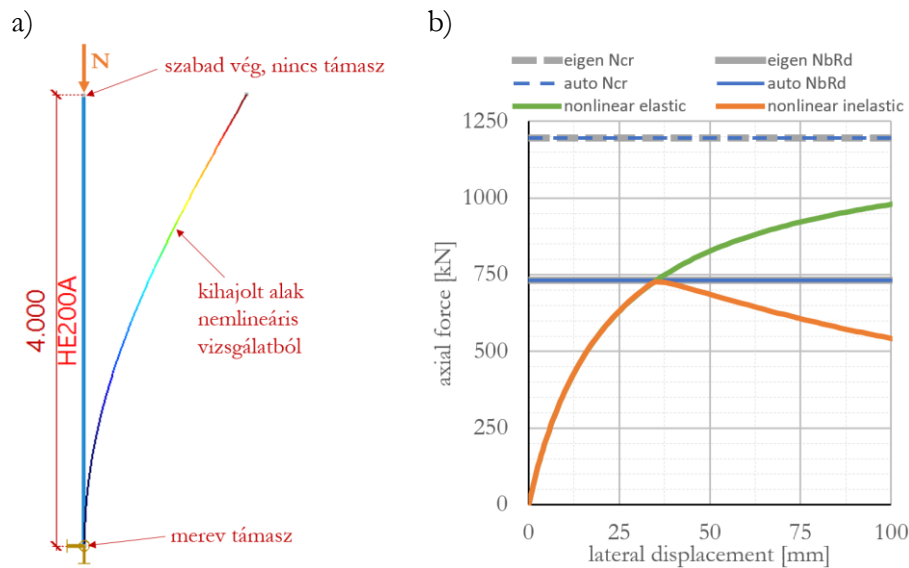


8. ábra Befogott, kilengő oszlop kihajlásvizsgálata. a) Bemelő adatok és kihajlott alak; b) különböző vizsgálatokkal számított normálerő – maximális oldalirányú elmozdulás diagramok.

4.1.3 Befogott konzol

A harmadik példa egy konzollal foglalkozik. Ez az elem kilengő, hiszen a felső csomópontja nem rendelkezik oldalirányú megtámasztással, így a konzol rendkívül érzékeny a másodrendű hatásokra. A bemelő adatokat és a kihajlott alakot a 9.a ábra mutatja. A 9.b ábrán és a 3. táblázatban szerepelnek a különböző eljárásokkal kapott eredmények. A referenciaként használt

sajátértékfeladat eredményétől a többi eljárással kapott értékek csak minimális mértékben térnek el.



9. ábra Befogott konzol kihajlász vizsgálata. a) Bemenő adatok és kihajolt alak; b) különböző vizsgálatokkal számított normálerő – maximális oldalirányú elmozdulás diagramok.

3. táblázat Befogott konzol kihajlász vizsgálatának főbb eredményei. Az erő jellegű mennyiségek kN-ban szerepelnek.

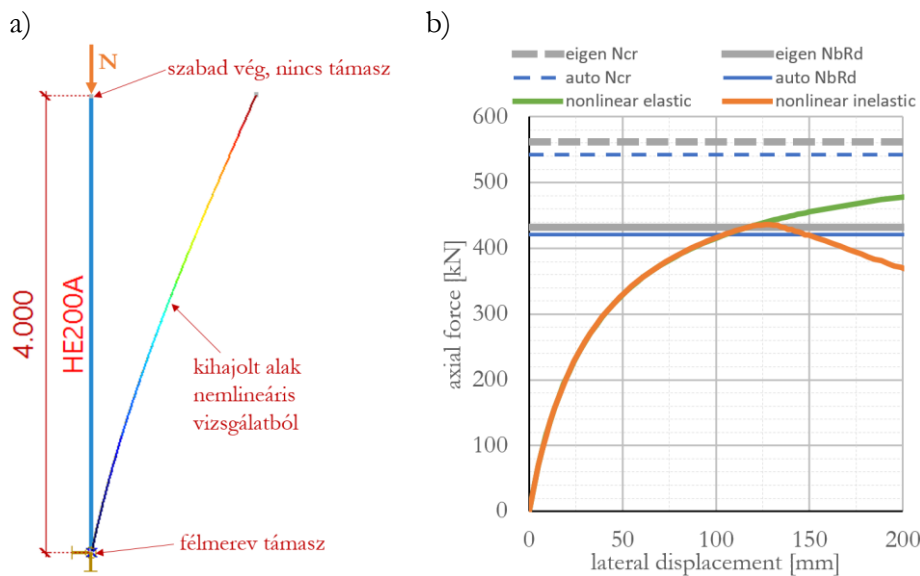
	K_y	N_{cr}	N_{bRd}
sajátérték	2.00	1196	732.6
AutoN_{cr}	2.00	1196	732.6
nemlineáris rugalmas	-	1198	745.0
nemlineáris képlékeny	-	-	727.7

4.1.4 Félmerev támaszú konzol

Az első három példa tankönyvi eseteket dolgozott fel, melyeket bármely gyakorló mérnök számítógépes segítség nélkül is meg tudna oldani. Ez az első olyan modell, amely túlmutat a speciális eseteken és egy félmerev kapcsolatot tartalmaz egy konzolos kialakítású oszlop alsó támaszaként. Az előző példában a támasz végtelen merev. Amennyiben az oszlop alsó pontja szabadon elfordulhatna, a rendszer instabillá válna: ehhez az esethez zérus kritikus erő tartozik. A félmerev támasszal a két speciális eset közti eredményeket kell kapnunk.

A támasz merevségét $R_{yy} = 2EI/L$ formájában vettük fel, ahol E , I és L rendre az acél anyag kezdeti merevsége (rugalmassági modulusa), az oszlop erős tengely körüli hajlításához tartozó másodrendű nyomatéka és az oszlop hossza. Felhívjuk a figyelmet arra, hogy a 10.a ábrán a támasz véges merevségéből adódóan a kihajolt alak alsó pontjánál az érintő nem függőleges (érdemes összehasonlítani a 9.a ábrával).

A támasz véges merevsége az eredményeket is jelentős mértékben módosítja (10.b ábra, 4. táblázat). A rugalmas kritikus erő 47%-a, míg a kihajlási ellenállás 59%-a az előző példában számított értéknek. Ehhez az esethez 2,92-os befogási tényező tartozik. Bár a különböző eljárásokkal számított eredmények szórása megnőtt az előző példákhoz képest, a stabilitásvizsgálatra jellemző bizonytalanságokhoz mérten továbbra is az elfogadható tartományban marad.



10. ábra Félmerev támaszú konzol kihajlásvizsgálata. a) Bemenő adatok és kihajolt alak; b) különböző vizsgálatokkal számított normálerő – maximális oldalirányú elmozdulás diagramok.

4. táblázat Félmerev támaszú konzol kihajlásvizsgálatának főbb eredményei. Az erő jellegű mennyiségek kN-ban szerepelnek.

	K_y	N_{cr}	N_{bRd}
sajátérték	2.92	562	432.2
Auto N_{cr}	2.97	542	421.3
nemlineáris rugalmas	-	558	444.7
nemlineáris képlékeny	-	-	435.8

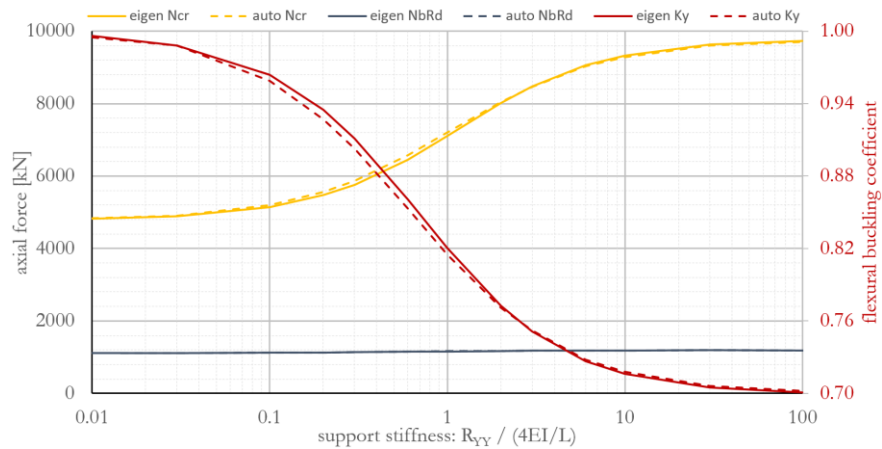
4.1.5 Az Auto N_{cr} eljárás pontossága végpontjain megtámasztott oszlopok esetén

Az előző példa rámutatott, hogy a rugalmas kritikus erő meghatározása sokkal nagyobb kihívást jelent félmerev támasszal rendelkező elemek esetén, mint a speciális befogott vagy csuklós esetekben. Ebben a részben azzal foglalkozunk, hogy a félmerev megtámasztás véges merevségének nagysága hogyan befolyásolja az Auto N_{cr} eljárás pontosságát. A tervezési gyakorlatban kizárólag olyan eljárás alkalmazható, mely ezeket az eseteket kellő pontossággal képes kezelni, hiszen a valós szerkezetek csatlakozó gerendái és oszlopai általában félmerev támaszokhoz hasonló mértékben befolyásolják a vizsgált elem kihajlási viselkedését.

Az első példa csuklósan megtámasztott oszlopával kezdjük a vizsgálatainkat. Az oszlop felső támaszát félmerevre cseréltük. A 11. ábrán látható a rugalmas kritikus erő (N_{cr}), a kihajlási ellenállás (N_{bRd}) és a befogási tényező (K_y) értékének változása a felső támasz elfordulási merevségének függvényében. Az elfordulási merevséget a vizsgált oszlopnak megfelelő referencia hajlítási merevség (befogott-csuklós megtámasztásokat feltételezve: $4EI/L$) függvényében ábrázoljuk.

A referencia oszlop merevségének századánál kisebb merevségű támasz esetén az eredmények az első példához hasonlóak: $K_y = 1,0$, $N_{cr} = 4787$ kN, $N_{bRd} = 1110$ kN. A támasz merevségének fokozatos növelésével N_{cr} és N_{bRd} nő, K_y pedig csökken. Amennyiben a támasz merevsége meghaladja a referencia oszlop merevségének százszorosát, az eredmények csak kis mértékben térnek el egy befogott-csuklós oszlopétól: $K_y = 0,699$, $N_{cr} = 9792$ kN, $N_{bRd} = 1192$ kN.

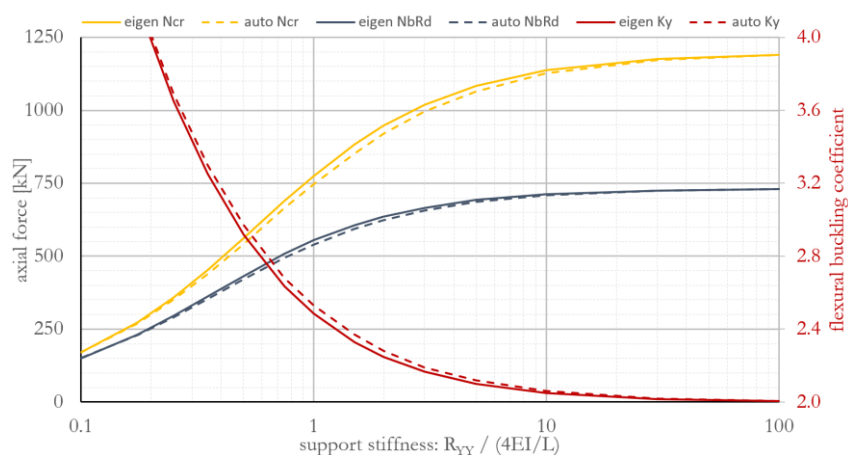
Az $AutoN_{cr}$ eljárás tökéletesen pontos a speciális esetekben, és kellő pontosságú eredményeket szolgáltat a félmerev megtámasztások esetén is (az automatikus számítás hibáját a 11. ábra folytonos és szaggatott vonalai közti eltérés mutatja). A legnagyobb hiba rendre 0,90%, 1,80% és 0,22% a K_y , N_{cr} , and N_{bRd} értékeiben.



11. ábra Csuklós-félmerev támaszokkal rendelkező oszlop kihajlását jellemző mennyiségek. A sajátértékfeladat eredményeit folytonos vonalakkal, az $AutoN_{cr}$ eljárás eredményeit szaggatott vonalakkal jelöltük.

A 12. ábrán a harmadik példa konzolját vizsgáljuk meg alaposabban. A konzol alsó támaszának merevségét a gyakorlatilag csuklós esettől a befogottig változtatjuk. A befogott eset a 4.1.3 pontban bemutatott harmadik példával egyenértékű. A negyedik példában vizsgált konzol támaszának merevsége $2EI/L$, ezért az ott kapott eredmények a 12. ábra vízszintes tengelyének 0,5-es értékéhez tartoznak. Az ábrán jól látszik ahogyan a rugalmas kritikus teher és a kihajlási ellenállás közti különbség a támasz merevségének csökkenésével fokozatosan csökken.

Az $AutoN_{cr}$ eljárás kis merevségű megtámasztás és 2,0 feletti befogási tényezők esetén is kellő pontosságú eredményeket ad. A legnagyobb hiba rendre 1,80%, 3,70% és 3,10% a K_y , N_{cr} , és N_{bRd} értékekben. A félmerev megtámasztású konzolok stabilitásvizsgálatra jellemző bizonytalanságokhoz mérten a hiba mértékét a gyakorlati alkalmazhatóság szempontjából elfogadhatónak tartjuk.



12. ábra Félmerev támaszú konzol kihajlását jellemző mennyiségek. A sajátértékfeladat eredményeit folytonos vonalakkal, az $AutoN_{cr}$ eljárás eredményeit szaggatott vonalakkal jelöltük.

4.2 Kettőnél több támaszú oszlopok

A következő példák olyan oszlopok esetére mutatják be az Auto N_{cr} eljárás alkalmazhatóságát, melyek kettőnél több támasszal rendelkeznek. Az általános jellemzők (pl. oszlop keresztmetszet, anyagjellemzők, analízis beállítások) megegyeznek az előző példákban alkalmazott értékekkel.

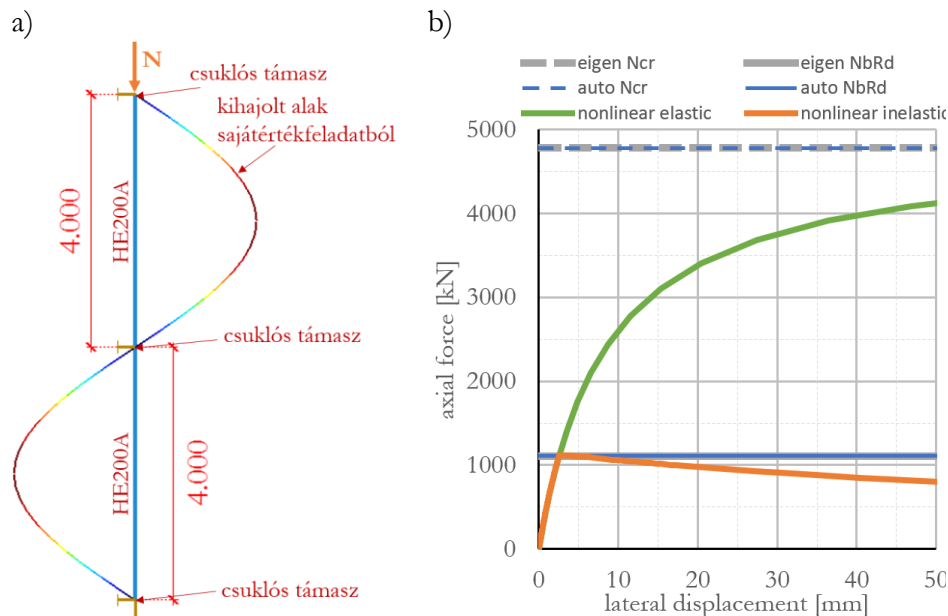
4.2.1 Középponti támasz és egyenletesen megoszló normálerő

Az első példa egy olyan csuklós megtámasztású oszlopot vizsgál, melynek végpontjai mellett középpontját is megtámasztottuk. A bemenő adatokat és a kihajolt alakot a 13.a ábra mutatja be. A példában szereplő oszlop két részre bontható, melyek megegyeznek a 4.1.1 pontban vizsgált csuklós megtámasztású oszloppal. A két példa között fontos különbséget jelent ebben a példában a két oszloprész közti kapcsolat. A kapcsolat következtében a részek viselkedése összefügg (az egyes részekre önmagukban jellemző N_{cr} értékek határozzák meg a rendszerre globális jellemző N_{cr} értékét). Ezért a 13. ábrán szereplő példa vizsgálata a 4.1 pontban szereplőknél összetettebb feladat megoldását igényli.

A különböző eljárásokkal kapott eredményeket a 13.b ábra és az 5. táblázat foglalja össze. A felső és alsó oszloprészek egyformák, ezért a kihajlásukhoz azonos N_{cr} érték rendelhető. Ez az N_{cr} megegyezik a 4.1.1 pontban számított értékkel is. Az Auto N_{cr} eljárás felismeri ezt a speciális esetet és pontos eredményt ad. A többi eljárás eredményei között is minimális az eltérés.

5. táblázat Középpontján is csuklósan megtámasztott oszlop kihajlásvizsgálatának főbb eredményei. Az erő jellegű mennyiségek kN-ban szerepelnek.

	K_y	N_{cr}	N_{bRd}
sajátérték	1.00	4784	1111
Auto N_{cr}	1.00	4784	1111
nemlineáris rugalmas	-	4813	1128
nemlineáris képlékeny	-	-	1116

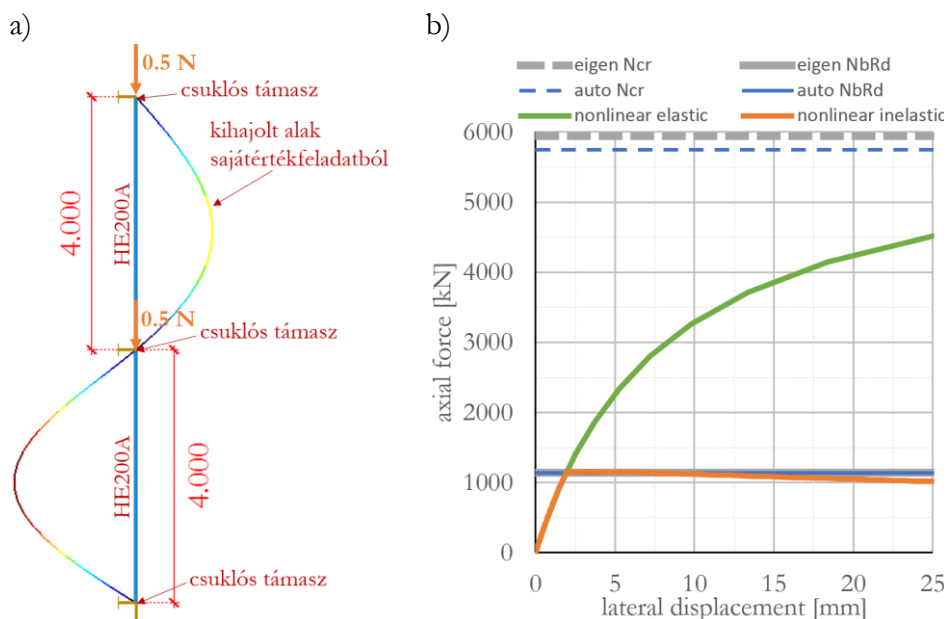


13. ábra Középpontján is csuklósan megtámasztott oszlop kihajlásvizsgálata. a) Bemenő adatok és kihajolt alak; b) különböző vizsgálatokkal számított normálerő – maximális oldalirányú elmozdulás diagramok.

4.2.2 Középponti támasz és szakaszonként egyenletesen megoszló normálerő

Ez a példa a normálerő-eloszlás fontosságára hívja fel a figyelmet. A bemenő adatok a teher kivételével megegyeznek az előző példa adataival. A teher felét az oszlop felső pontján, másik felét pedig a középső támasznál helyezzük el a modellen (14.a ábra). Ezért az oszlop felső és alsó szakasza rendre $0,5 N$ és N normálerővel terhelt. Mivel N_{cr} a kritikus teherszorzó (a legkisebb sajátérték) és a kezdeti teher nagyságának szorzataként adódik, a felső szakaszhoz tartozó N_{cr} fele az alsó szakasz N_{cr} értékének. Ennek következtében a felső szakasz kihajlásához nagyobb befogási tényező és kisebb kihajlási ellenállás tartozik.

Ezek az eredmények furcsának tűnhetnek, ezért egy másik magyarázattal is igyekszünk rámutatni a mögöttük rejlő jelenségekre. Tegyük fel, hogy a kritikus terhet egy kísérlet keretében keressük, melynek során a központos nyomóerőt fokozatosan növeljük a szerkezetben egészen addig a pontig, amikor az kihajlik. Egy ilyen kísérlet során azt tapasztalnánk, hogy az oszlop alsó szakaszának oldalirányú kitérése nagyobb (feltételezzük, hogy a két szakasz azonos geometriai imperfekcióval terhelt), mivel a központos teher és az ahhoz tartozó másodrendű hajlítónyomaték is nagyobb azon a szakaszon. Az alsó szakasz viselkedését azonban nem egyszerűsíthetjük le egy csuklósan két végén megtámasztott oszlop vizsgálatára. A felső szakasz a sokkal kisebb nagyságú normálerő miatt merevebben viselkedik, mint az alsó, így az alsó elfordulását a két szakasz közti kapcsolatnál (az oszlop középső pontjánál) gátolni tudja. Ezért az alsó szakasz végül magasabb normálerőnél hajlik ki, míg a felső szakaszt a kihajlás pillanatában kisebb teher terheli, mint a két végén csuklósan megtámasztott oszlopra jellemző N_{cr} érték. Így kapunk egy olyan megoldást, melyben a két szakasz kihajlása egyszerre (azonos teherszorzónál) következik be.



14. ábra Szakaszonként egyenletes normálerővel terhelt oszlop kihajlásvizsgálata. a) Bemenő adatok és kihajlott alak; b) különböző vizsgálatokkal számított normálerő – maximális oldalirányú elmozdulás diagramok.

6. táblázat Szakaszonként egyenletes normálerővel terhelt oszlop kihajlásvizsgálatának főbb eredményei. Az erő jellegű mennyiségek kN-ban szerepelnek. (A zárójelben szereplő N_{bRd} értékek globális stabilitásvesztéshez tartoznak, nem pedig az adott elem teherbírásának kimerüléséhez.)

		K_y	N_{cr}	N_{bRd}
FELSŐ	sajátérték	1.27	2971	1025
	AutoN_{cr}	1.29	2879	1018
	nemlineáris rugalmas	-	2996	(576.9)
	nemlineáris képlékeny	-	-	(577.1)
ALSÓ	sajátérték	0.90	5943	1140
	AutoN_{cr}	0.91	5752	1136
	nemlineáris rugalmas	-	5991	1154
	nemlineáris képlékeny	-	-	1154

Amennyiben egy szerkezeti elem kihajlását számottevően befolyásolja egy másik elemben ébredő normálerő, ezt a hatást figyelembe kell venni az Auto N_{cr} eljárásban is. A hatás figyelembevételét az Acél Tervezési Paraméterek ablakban szabályozhatjuk (15. ábra). A normálerő figyelembevétele esetén minden terhelési esethez egy egyedi számítás tartozik, melyben az adott igénybevétel-eloszlásnak megfelelő eredményeket kapjuk. Ez összetett szerkezeti modell és nagy számú teherkombináció esetén sok számítást igényel, ami akár hosszú ideig is eltarthat.

Ezért a felhasználónak lehetőséget adunk arra, hogy közelítő számítást végezzen, ne vegye figyelembe a normálerő-eloszlás hatását és ezáltal jelentősen gyorsítani tudja a számítást. A közelítő megoldás egyenletes normálerő-eloszlást feltételez a vizsgált szerkezeti elemekben, és elhanyagolja a normálerő hatását a csatlakozó elemekben. Ezzel az egyszerűsítéssel jelentősen csökken a számítási idő, azonban fontos ismerni közelítő megoldás korlátait és csak a megfelelő tervezési fázisokban alkalmazni azt. Az ebben a pontban bemutatott terhelési esetben a közelítő számítással nem lehet figyelembe venni az oszlop felső és alsó szakaszai közti különbséget, ezért az előző példával azonos eredményeket kapnánk. Ezért ehhez hasonló esetekben nem javasoljuk a közelítő számítás alkalmazását.

A különböző eljárások eredményeit a 14.b ábra és a 6. táblázat foglalja össze. Az 5. táblázat adataival összehasonlítva jól látható, hogy milyen jelentős hatása van a tehereloszlásnak az eredményekre. Az alternatív vizsgálati módszerek eredményei jó egyezést mutatnak a sajátértékfeladat eredményeivel. A nemlineáris számítás alapján látható, hogy a felső oszlop-szakasz valóban merevítő szerepet játszik a szerkezetben: a kritikus terhe ugyan kisebb, mint egy azonos geometriájú csuklósan megtámasztott oszlopnak, a benne keletkező normálerő értéke a globális stabilitásvesztés pillanatában (577 kN) azonban kevesebb mint 60 százaléka a kihajlási ellenállásának. Ezért kihajlás szempontjából az oszlop alsó szakaszának viselkedése a mértékadó.

Tervezési paraméterek - Eurocode

Anyag: S 235

Szelvény: Eredeti szelvény I 300

ULS (teherbírási határállapot) SLS (használatossági határállapot)

Tervezési módszer: Szelvényosztály szerint (elasztikus / plasztikus)

Szelvényosztály: Automatikus osztályba sorolás (1, 2, 3, 4)

Méretezési elem: Lok. x-y síkban merevített, Lok. x-z síkban merevített, Nem kilendülő, Nem kilendülő

Méretezési elemek összeállítása: (Diagram showing two beam configurations)

Földrengés igénybevételek szorzója $f_{se} = 1$

Stabilitási paraméterek: Kijátszás (checked), y: Automatikus, z: Automatikus, N figyelembevétele (checked and highlighted), Másodrendű hatások modellezése nemlineáris számításal (checkbox), Lok. x-z síkban (checkbox), Lok. x-y síkban (checkbox), Kifordulás (checkbox), Gerinc nyírási horpadás (checkbox)

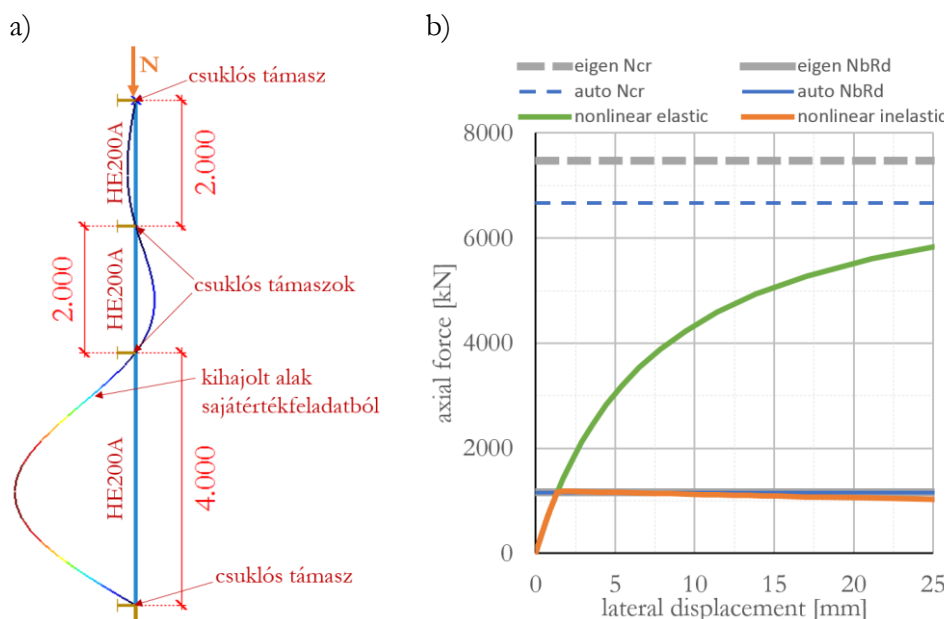
Felvez $\gg$ OK Mégsem

15. ábra Az adott teheresethez tartozó igénybevétel-eloszlás figyelembevételének bekapcsolása az AutoNcr eljárásnál AxisVM-ben.

4.2.3 Négy ponton megtámasztott oszlop

A példában szereplő oszlopnak négy támasza van: a felső és középső szakaszok hossza fele az alsó szakasz hosszának (16.a ábra). A normálerő-eloszlás egyenletes a tartóban. Az egyes szakaszokat azonos N_{cr} értékek jellemzik, mivel azokban a normálerő értéke is azonos. A befogási tényezők értékét azonban jelentősen befolyásolja a szakaszok együtdolgozása. Az előző példához hasonlóan az alsó szakaszt a felette találhatóak merevítik ($K_{y,alsó} = 0,8$ míg $K_{y,felső} = 1,6$ a 6. táblázatban). A tapasztalt viselkedés azonban ebben az esetben más okokra vezethető vissza: a felső szakaszok rövidebbek, ezért ha csuklós oszlopként, elkülönítve vizsgálánk ezeket, akkor sokkal magasabb N_{cr} értékeket kapnánk. A példában azonban egy olyan elemhez kapcsolódnak, melynek elfordulási merevsége a sajátjuknál kisebb (ez az alsó oszlop-szakasz). Ez a kialakítás kedvezőtlenül befolyásolja a stabilitási ellenállásukat és csökkenti a kihajláshoz tartozó N_{cr} értékét.

A különböző eljárásokkal kapott eredményeket a 16.b ábra és a 6. Táblázat foglalja össze. A referencia sajátértékfeladat eredményeihez képest minimális eltérést tapasztalunk a többi eljárás alkalmazása esetén. Felhívjuk a figyelmet arra, hogy az egyenletes normálerő-eloszlás miatt ez a példa az AutoNcr eljárás közelítő megoldási módszerével, a tényleges igénybevétel eloszlás figyelembevétele nélkül is pontosan számítható (15. ábra).



16. ábra Négy ponton megtámasztott oszlop kihajlász vizsgálata. a) Bemelő adatok és kihajolt alak; b) különböző vizsgálatokkal számított normálerő – maximális oldalirányú elmozdulás diagramok.

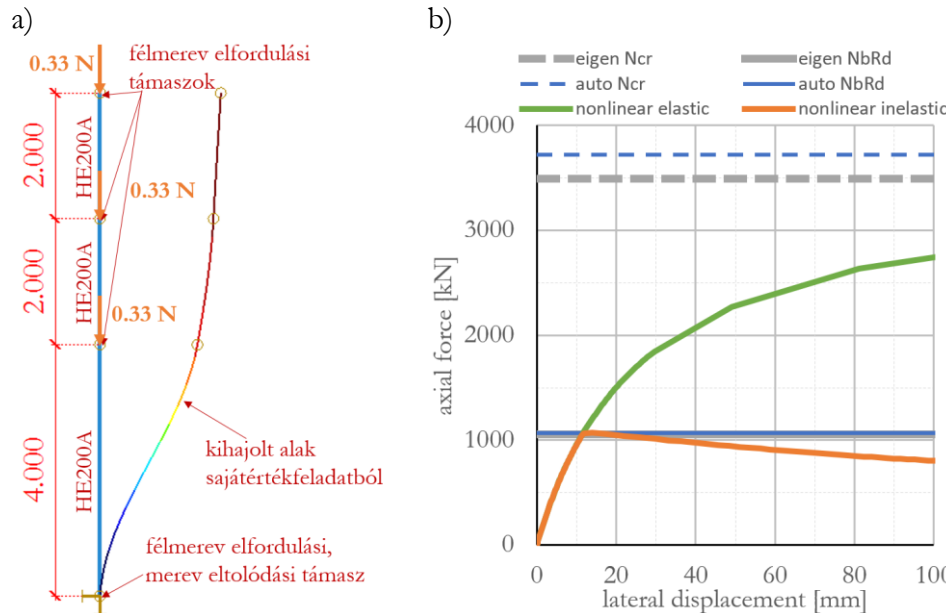
7. táblázat Négy ponton megtámasztott oszlop kihajlász vizsgálatának főbb eredményei. Az erő jellegű mennyiségek kN-ban szerepelnek.

		K_y	N_{cr}	N_{bRd}
FELSŐ, KÖZÉPSŐ	sajátérték	1.60	7474	1166
	Auto N_{cr}	1.67	6668	1154
	nemlineáris rugalmas	-	7612	1177
	nemlineáris képlékeny	-	-	1180
ALSÓ	sajátérték	0.80	7474	1166
	Auto N_{cr}	0.85	6668	1154
	nemlineáris rugalmas	-	7612	1177
	nemlineáris képlékeny	-	-	1180

4.2.4 Összetett megtámasztási rendszer és szakaszonként egyenletesen megoszló normálerő

Ebben a példában egy olyan kialakítást vizsgálunk meg, mely közelebb áll a mindennapi tervezési gyakorlathoz. Az oszlop négy félmerev támasszal rendelkezik, melyek az alapozást és három szinten csatlakozó gerendákat modelleznek. A 17.a ábrán látható elrendezésben a támaszok merevsége az alapozásnál és a három szinten rendre 5x, 2x, 2x és 1/8x akkora, mint az oszlop hajlítási merevsége ($4EI/L_{alsó}$). A központos nyomóerőt 0,33 N-es részekre bontva helyezük el a szerkezeten. Az így kapott szakaszonként egyenletes normálerő-eloszlás hasonló a keretszerkezetek oszlopaira jellemző nyomó igénybevétel-eloszláshoz. Megjegyezzük, hogy az oszlop állandó keresztmetszettel rendelkezik, ami nem tipikus. A keresztmetszet változásának hatását a 4.2.6 pontban az alkalmazási korlátok között részletesen tárgyaljuk. A másodrendű hatásokat jelentősnek tekintjük, ezért kizárólag az oszloptalpnál veszünk figyelembe oldalirányú megtámasztást és kilengő stabilitásvesztési móddal számolunk (az ezzel kapcsolatos beállításokat lásd részletesen a 4.1.2 pontban).

Az eredményeket a 17.b ábra és a 8. táblázat foglalja össze. Az oszlop-szakaszok az előző példákhoz hasonló módon együtt dolgoznak. Az alsó szakaszt a felette található középső és felső szakaszok merevítik. A nemlineáris vizsgálat eredményei megerősítik, hogy kihajlás szempontjából az alsó szakasz tönkremenetele a mértékadó. Minden eljárás hasonló eredményekre vezet, melyek jól közelítik a sajátértékfeladattal kapott értékeket. A kapott eredmények igazolják, hogy az AutoN_{cr} eljárás alkalmas összetett megtámasztási rendszerrel és teherelrendezéssel rendelkező oszlopok kihajlási ellenállásának jellemzésére.



17. ábra Összetett megtámasztási rendszerrel rendelkező, szakaszonként egyenletes normálerővel terhelt oszlop kihajlásvizsgálata. a) Bemenő adatok és kihajlott alak; b) különböző vizsgálatokkal számított normálerő – maximális oldalirányú elmozdulás diagramok.

8. táblázat Összetett megtámasztási rendszerrel rendelkező, szakaszonként egyenletes normálerővel terhelt oszlop kihajlásvizsgálatának főbb eredményei. Az erő jellegű mennyiségek kN-ban szerepelnek. (A zárójelben szereplő N_{bRd} értékek globális stabilitásvesztéshez tartoznak, nem pedig az adott elem teherbírásának kimerüléséhez.)

		K_y	N_{cr}	N_{bRd}
FELSŐ	sajátérték	4.06	1163	721.2
	AutoN _{cr}	3.94	1234	745.2
	nemlineáris rugalmas	-	1169	(359.1)
	nemlineáris képlékeny	-	-	(355.8)
KÖZÉPSŐ	sajátérték	2.87	2326	964.3
	AutoN _{cr}	2.78	2478	981.2
	nemlineáris rugalmas	-	2338	(718.2)
	nemlineáris képlékeny	-	-	(711.7)
ALSÓ	sajátérték	1.17	3493	1058
	AutoN _{cr}	1.13	3720	1070
	nemlineáris rugalmas	-	3508	1078
	nemlineáris képlékeny	-	-	1069

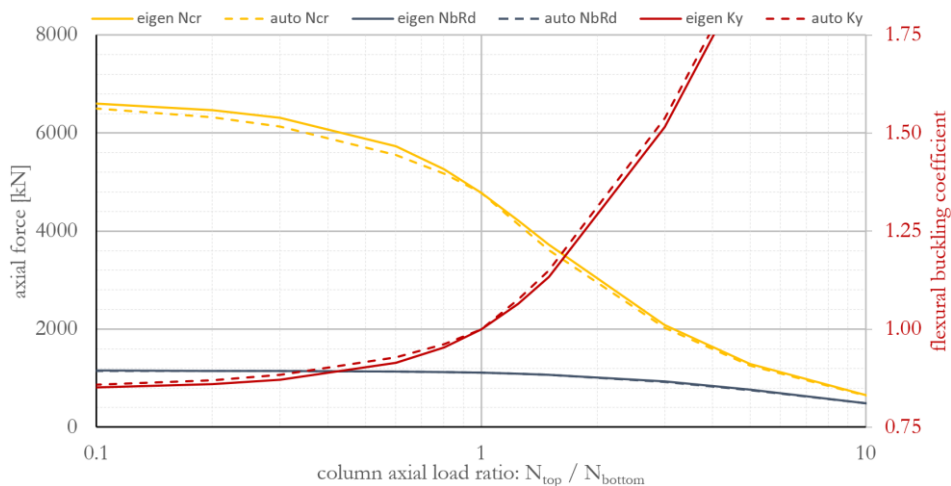
4.2.5 Pontosság: szakaszonként egyenletesen megoszló normálerő és különböző relatív hosszúságú szakaszok

Ebben a pontban az $\text{Auto}N_{cr}$ eljárás pontosságát mutatjuk be két példán keresztül. Az első vizsgálat a normálerő-eloszlás hatását emeli ki egy olyan oszlop esetén, melyet a két végpontja mellett a középpontjában is csuklósan támasztunk meg. A 18. ábra az alsó oszlopra számított N_{cr} , N_{bRd} és K_y értékek változását mutatja be különböző $N_{felső}/N_{alsó}$ normálerő arányok függvényében. A számítást sajátértékfeladat megoldásával és az $\text{Auto}N_{cr}$ eljárással is elvégeztük. Felhívjuk a figyelmet arra, hogy a 4.2.1 és 4.2.2 pontokban szereplő példák ezen vizsgálat speciális esetei, melyekhez rendre 1,0 és 0,5 $N_{felső}/N_{alsó}$ arány tartozik.

A 18. ábra két szélső, speciális esete egy olyan oszlop vizsgálata, melynek alsó vagy felső szakaszán nincs nyomó igénybevétel. Mindkét eset egyenértékű egy olyan csuklósan megtámasztott oszlop vizsgálatával, melynek egyik végén véges merevségű elfordulási támaszt helyezünk el.

Az ábra az alsó szakasz kihajlási jellemzőire koncentrál. Amint a normálerő-arány meghaladja az 1,0 értéket és az alsó szakasz kevesebb terhet visel, mint a felső, egyre hangsúlyosabbá válik a merevítő szerepe. A normálerő-arány további növelésével az alsó szakaszra jellemző N_{cr} és N_{bRd} nullához tart. Azonban eközben az alsó szakasz terhelése (N_{Ed}) a kihajlási ellenállásánál (N_{bRd}) gyorsabban tart nullához, ezért az alsó szakasz ezekben az esetekben nem válhat mértékadóvá a kihajlás szempontjából. Erre a fontos megfigyelésre a 4.3 pont több példájánál fogunk hivatkozni.

Az $\text{Auto}N_{cr}$ eljárás a normálerő-arányok teljes tartományában kis hibával közelíti a sajátértékfeladat eredményeit. A maximális hiba mértéke rendre 1,55%, 3,20%, és 1,50% a K_y , N_{cr} és N_{bRd} értékekben.



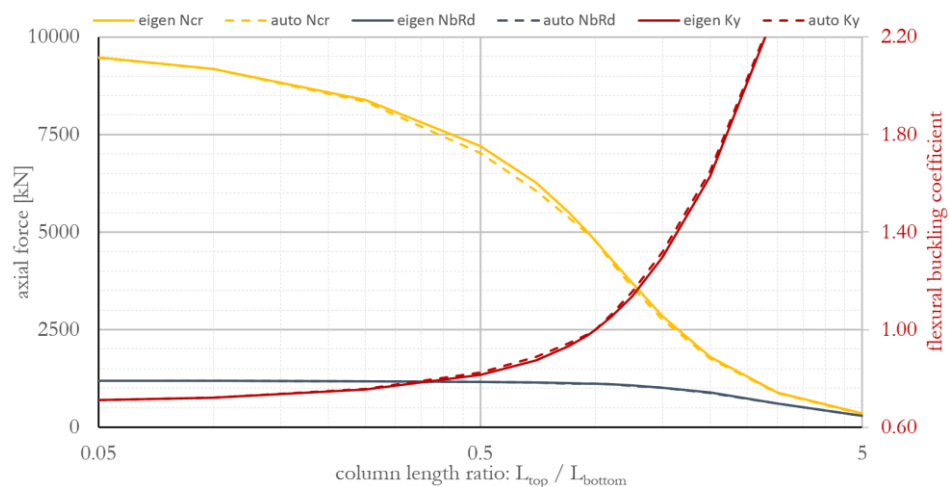
18. ábra Három támasszal és szakaszonként egyenletes nyomóerővel terhelt oszlop kihajlását jellemző mennyiségek. A sajátértékfeladat eredményeit folytonos vonalakkal, az $\text{Auto}N_{cr}$ eljárás eredményeit szaggatott vonalakkal jelöltük.

A 19. ábrán látható második vizsgálat az oszlop-szakaszok relatív merevségének hatását mutatja be. A vizsgálat a 4.2.1 pontban szereplő oszlopkialakítást veszi alapul, de a felső szakasz hosszát 20 cm és 20 m között változtatjuk. Az így kapott viselkedés sok tekintetben hasonlít az előző példában tárgyalt esethez (18. ábra), a két vizsgálat azonban nem egyezik meg. Amint a felső szakasz hossza nullához tart (az ábra bal oldala), a hajlítási merevsége végtelenhez közelít.

Ezért az alsó szakasz viselkedése egy befogott-csuklós oszlophoz hasonlóvá válik, melynek jellemző befogási tényezője 0,699.

Amennyiben a felső szakasz hosszát növeljük, hajlítási merevsége az alsó szakaszéhoz hasonlóvá válik. Azonos hosszúságú szakaszok esetén lesz a két merevség egyenlő, ezt 1,0 hossz-aránynál érjük el. Ennél nagyobb aránynál már az alsó szakasz merevíti a felsőt. Ezért az alsó szakaszra jellemző K_y értéke 1,0-nál nagyobb lesz az ábra jobb oldalán. Ahogyan a felső szakasz hossza a végtelenbe tart, a rendszerre jellemző N_{cr} nullához közelít. Bár az alsó szakaszhoz tartozó N_{bRd} is nullához tart, az aktuális N_{Ed} minden esetben kisebb. Ezért, ezekben az esetekben mindig a felső szakasz válik mértékadóvá kihajlás szempontjából.

Az AutoNcr eljárás a vizsgált hossz-arányok teljes tartományában kis hibával képes közelíteni a sajátértékfeladat megoldásait. A maximális hiba mértéke rendre 1,70%, 3,50%, és 1,05% a K_y , N_{cr} , és N_{bRd} értékeiben.



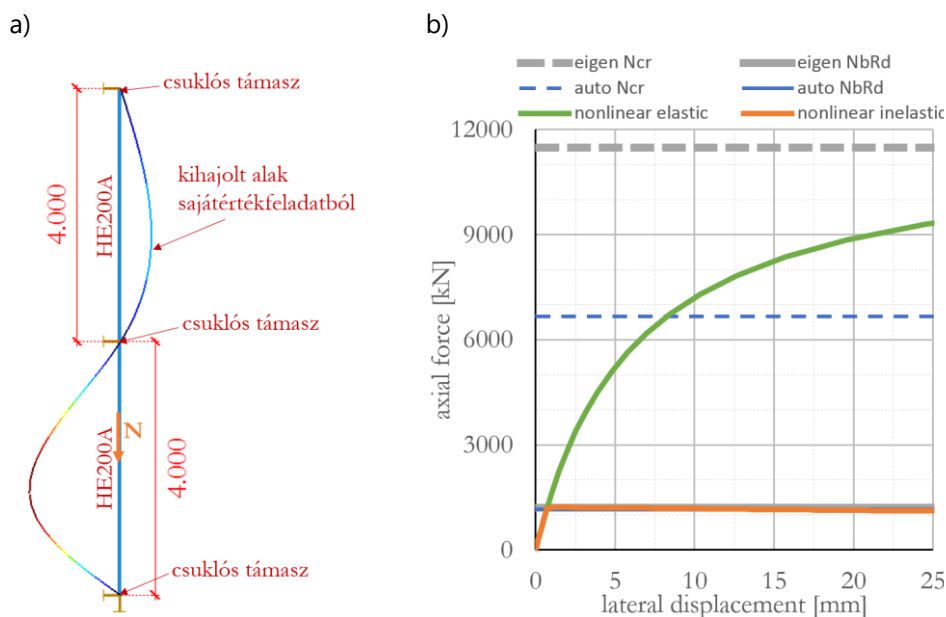
19. ábra Három támasszal és különböző hosszúságú felső szakasszal rendelkező oszlop kihajlását jellemző mennyiségek. A sajátértékfeladat eredményeit folytonos vonalakkal, az AutoNcr eljárás eredményeit szaggatott vonalakkal jelöltük.

4.2.6 Alkalmazási korlátok: változó eloszlású normálerő

Ez az első olyan példa, melyben az AutoNcr eljárás alkalmazásának korlátaival foglalkozunk. Bár az eljárás jól működik szakaszonként állandó normálerő-eloszlás esetén, ennél összetettebb, általános eloszlású normálerővel terhelt tartók vizsgálatára jelenleg nem alkalmas. A 20.a ábrán látható oszlopot az alsó szakaszának felezőpontjában terheljük. Ezen a tartón a normálerő eloszlása nem egyenletes, ezért a kihajlási ellenállást jellemző paraméterek számítása nem könnyű feladat.

A sajátértékfeladat megoldását tekintjük referencia eredménynek (9. táblázat). Az oszlop felső szakaszának végtelen befogási tényezője és zérus N_{cr} értéke a 18. ábra jobb oldalához hasonlóan a normálerő hiányára vezethető vissza (N_{Ed} nulla a felső szakaszon). Az AutoNcr eljárással számított befogási tényező értékét $K_y = 10.0$ -ban korlátozzuk, ezzel biztosítva, hogy egy nagyobb, végtelenhez tartó esetben kapott érték ne okozzon problémát az acél elemek méretezése során. Gyakorlati szempontból a $K_y = 10.0$ érték alkalmazása hasonló a végtelen nagy K_y alkalmazásához, mivel ilyen nagy befogási tényezők általában akkor adódnak, ha a nyomó igénybevétel (N_{Ed}) rendkívül kicsi, vagy a vizsgált elem húzott.

Az $AutoN_{cr}$ eljárás korlátai jól láthatók az alsó szakasz eredményeiben. Az algoritmus nem veszi figyelembe, hogy a normálerő csak az alsó szakasz felét terheli. Ehelyett változó normálerő esetén a vizsgált elemre ható tehereloszlás maximális értéke alapján vesz fel egy egyenletesen megosztó eloszlást az egyszerűsített modellben. Ezért ennél a példánál egy olyan oszlop kihajlási ellenállását határozza meg, melyet N erővel terhelnek a középpontjában (az alsó szakasz felső végpontjánál). Ez a megközelítés minden esetben a biztonság javára téved. Felhívjuk a figyelmet arra, hogy a K_y és N_{cr} értékekben tapasztalható jelentős hiba ellenére N_{bRd} értékét csak kis mértékben becsültük alá. Ennek ellenére fontos felismerni az ehhez hasonló teherelrendezéseket és csak abban az esetben alkalmazni az $AutoN_{cr}$ eljárást, ha az eredményekben várható biztonság javára vétett hiba elfogadható.



20. ábra Változó eloszlású normálerővel terhelt oszlop kihajlávizsgálata. a) Bemenő adatok és kihajolt alak; b) különböző vizsgálatokkal számított normálerő – maximális oldalirányú elmozdulás diagramok.

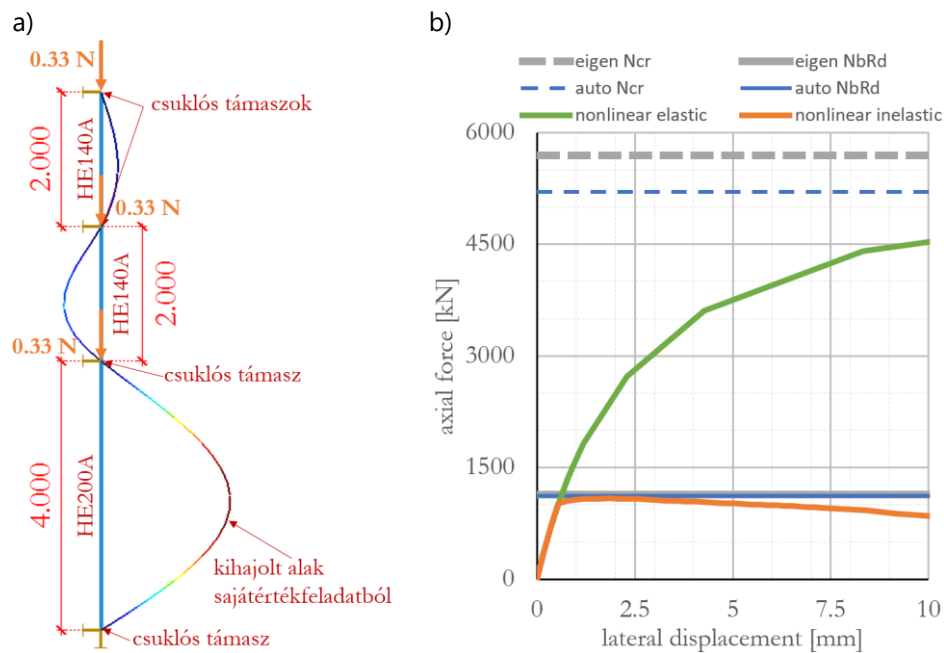
9. táblázat Változó eloszlású normálerővel terhelt oszlop kihajlávizsgálatának főbb eredményei. Az erő jellegű mennyiségek kN-ban szerepelnek.

		K_y	N_{cr}	N_{bRd}
FELSŐ	sajátérték	∞	0	0
	$AutoN_{cr}$	10.0	47.8	44.9
	nemlineáris rugalmas	-	0	(0.0)
	nemlineáris képlékeny	-	-	(0.0)
ALSÓ	sajátérték	0.646	11478	1205
	$AutoN_{cr}$	0.847	6668	1154
	nemlineáris rugalmas	-	11429	1187
	nemlineáris képlékeny	-	-	1215

4.2.7 Alkalmazási korlátok: változó keresztmetszet

A második alkalmazási korlátokkal foglalkozó példában a változó keresztmetszet hatását mutatjuk be. A példa két részre osztható: először egy olyan esetet vizsgálunk, melyben az $AutoN_{cr}$ eljárás megfelelő eredményeket ad, majd bemutatunk egy másik szerkezeti kialakítást, melynél hibásan számol.

Az első esetben a 4.2.4 pontban szereplő összetett szerkezethez hasonló tartót vizsgálunk, de a támaszokat csuklósnak vettük fel és az oszlop nem kilengő. A felső és középső szakaszokat HE140A szelvényre cseréltük (21.a ábra). Az AutoN_{cr} eljárásban szereplő egyszerűsített modell állandó keresztmetszetekkel dolgozik, ezért ezt a tartót két elemként kezeli. Az elemek hatással vannak egymásra az alsó szakasz felső pontjánál található kapcsolaton keresztül, de a globális, közös viselkedésüket csak az ECCS közelítő módszerével (lásd a 3. fejezetet és a 4.3 pontot) számítjuk. Ebből adódóan a felső szakasz hatását az alsó szakasz viselkedésére kevésbé pontosan tudjuk becsülni, mintha egy állandó keresztmetszetű oszlopot egyetlen elemként vizsgálnánk.



21. ábra Változó keresztmetszetű oszlop kihajlásvizsgálata – első példa. a) Bemenő adatok és kihajolt alak; b) különböző vizsgálatokkal számított normálerő – maximális oldalirányú elmozdulás diagramok.

10. táblázat Változó keresztmetszetű oszlop kihajlásvizsgálatának főbb eredményei – első példa. Az erő jellegű mennyiségek kN-ban szerepelnek. (A zárójelben szereplő N_{bRd} értékek globális stabilitásvesztéshez tartoznak, nem pedig az adott elem teherbírásának kimerüléséhez.)

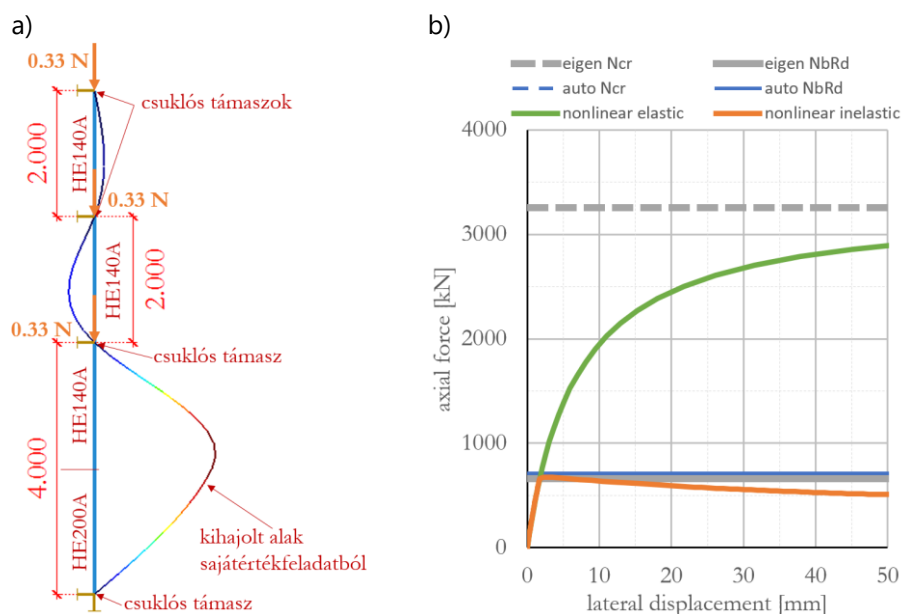
		K_y	N_{cr}	N_{bRd}
FELSŐ	sajátérték	1.68	1896	609.0
	AutoN _{cr}	1.61	2063	618.7
	nemlineáris rugalmas	-	1918	(339.3)
	nemlineáris képlékeny	-	-	(361.7)
KÖZÉPSŐ	sajátérték	1.19	3792	671.5
	AutoN _{cr}	1.14	4120	677.0
	nemlineáris rugalmas	-	3835	678.5
	nemlineáris képlékeny	-	-	723.4
ALSÓ	sajátérték	0.92	5693	1135
	AutoN _{cr}	0.96	5202	1122
	nemlineáris rugalmas	-	5759	(1019)
	nemlineáris képlékeny	-	-	(1086)

A 21.b ábra és a 10. táblázat eredményei alapján látható, hogy az $\text{Auto}N_{cr}$ eljárás kellő pontossággal képes becsülni az vizsgált oszlop kihajlási ellenállását. Az eljárás helyesen ismeri fel, hogy a mértékadó elem a középső szakasz – ezt a nemlineáris vizsgálatok eredményei is megerősítik.

A második esetben a 22.a ábrán látható szerkezeti kialakítást vizsgáljuk. Fontos változás az előző oszlophoz képest, hogy ebben az esetben az alsó szakasz felső felét is HE140A szelvényből készítik. Ez a kis módosítás eltérő viselkedéshez vezet (érdemes összehasonlítani a kihajolt alakokat). Az oszlopra jellemző N_{cr} érték jelentősen csökken és a nemlineáris vizsgálatok eredményei alapján a mértékadó keresztmetszet ebben az esetben már az alsó szakasz felső részén található (11. táblázat).

Az $\text{Auto}N_{cr}$ eljárás jelenlegi verziója nem képes megfelelően közelíteni egy ilyen kialakítás esetén a kihajlási ellenállás értékét. Az eljárás két szerkezeti elemre bontja az oszlopot a két különböző keresztmetszet alapján. A két elem az alsó szakasz középpontjánál kapcsolódik egymáshoz. Mivel ez egy nem kilengő oszlop, az eljárás eltolódás elleni megtámasztást tételez fel minden csomópontban – a két elem közti kapcsolati pontban is. Ez a tévedés okozza az eredményekben látható jelentős hibát. Felhívjuk a figyelmet arra, hogy az eljárás ebben az esetben a biztonság kárára téved.

A fenti eredmények hangsúlyozzák, hogy mennyire fontos tisztában lenni az automatikus számítási eljárások korlátaival és csak abban az esetben alkalmazni azokat, ha a célunknak megfelelő pontosságú eredményeket várhatunk. Az itt bemutatott második eset a gyakorlatban ritkán fordul elő. Ezért az $\text{Auto}N_{cr}$ eljárás ezen alkalmazási korlátját elfogadható kompromisszumnak tartjuk, melynek segítségével gyorsabb számítást tudunk biztosítani a többi, gyakorlati szempontból fontos kialakítás esetén.



22. ábra Változó keresztmetszetű oszlop kihajlász vizsgálata – második példa. a) Bemelő adatok és kihajolt alak; b) különböző vizsgálatokkal számított normálerő – maximális oldalirányú elmozdulás diagramok.

11. táblázat Változó keresztmetszetű oszlop kihajlásvizsgálatának főbb eredményei – második példa. Az erő jellegű mennyiségek kN-ban szerepelnek. (A zárójelben szereplő N_{bRd} értékek globális stabilitásvesztéshez tartoznak, nem pedig az adott elem teherbírásának kimerüléséhez.)

		K_y	N_{cr}	N_{bRd}
FELSŐ	sajátérték	2.22	1083	523.2
	Auto N_{cr}	1.44	2575	641.1
	nemlineáris rugalmas	-		(223.3)
	nemlineáris képlékeny	-	-	(224.0)
KÖZÉPSŐ	sajátérték	1.57	2166	624.0
	Auto N_{cr}	1.02	5156	690.4
	nemlineáris rugalmas	-		(446.6)
	nemlineáris képlékeny	-	-	(447.9)
ALSÓ HE140A	sajátérték	1.28	3253	660.5
	Auto N_{cr}	0.83	7735	709.4
	nemlineáris rugalmas	-		670.6
	nemlineáris képlékeny	-	-	672.6
ALSÓ HE200A	sajátérték	2.43	3253	1043.9
	Auto N_{cr}	1.17	3918	1219.6
	nemlineáris rugalmas	-		(670.6)
	nemlineáris képlékeny	-	-	(672.6)

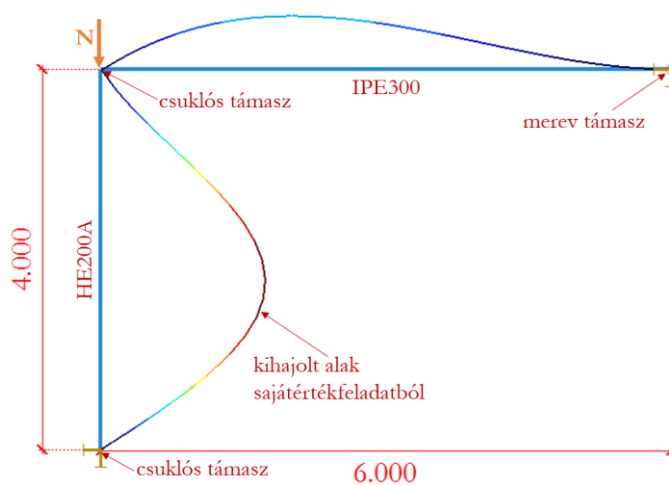
4.3 Szerkezeti elemekkel megtámasztott oszlop

A következő példák olyan esetekre mutatják be az Auto N_{cr} eljárás alkalmazhatóságát, melyekben a vizsgált oszlopot más szerkezeti elemek támasztják meg. Az általános jellemzők (pl. oszlop keresztmetszet, anyagjellemzők, analízis beállítások) megegyeznek az előző példákban alkalmazott értékekkel.

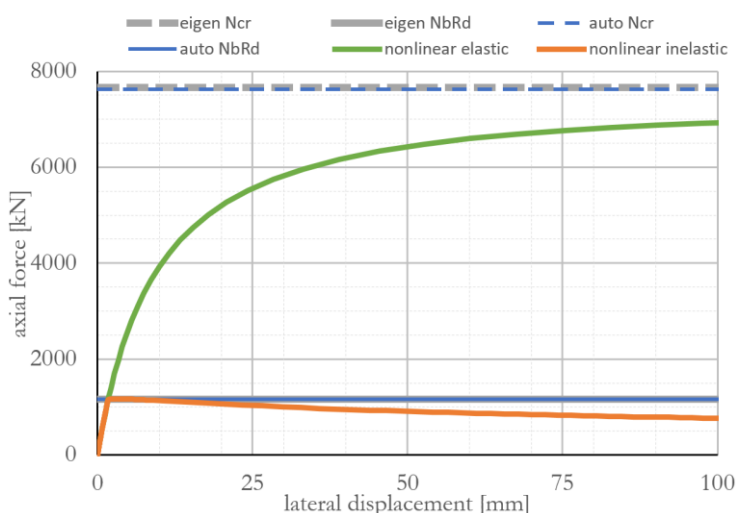
4.3.1 Egyszerű gerendával megtámasztott oszlop

Az első példa egy egyszerű kialakítást mutat be: egy talpánál csuklós, nem kilengő oszlopot a felső pontján egy gerendával támasztunk meg. Az eredményeket a 11. ábrán is megtalálhatjuk, amennyiben kiszámítjuk a gerenda által nyújtott elfordulási megtámasztás véges merevségét. Ennek értéke a gerenda hosszától, megtámasztási viszonyaitól és keresztmetszetének kialakításától függ.

a)



b)



23. ábra Egyszerű gerendával megtámasztott oszlop kihajlász vizsgálata. a) Bemelő adatok és kihajolt alak; b) különböző vizsgálatokkal számított normálerő – maximális oldalirányú elmozdulás diagramok.

A szerkezeti kialakítást a 23.a ábrán mutatjuk be, míg az eredményeket a 23.b ábra és a 12. táblázat foglalja össze. Az oszlop viselkedését megfelelően képes követni az Auto N_{cr} eljárás. Mivel a gerendában nem ébred normálerő, az automatikus számítás esetében a $K_y = 10.0$ korlátozás határozza meg a kapott eredményeket. A 4.2.6 pontban szereplő példához hasonlóan a gerenda kihajlása nem mértékadó, ezért a gerendára kapott paramétereknek gyakorlati szempontból nincs jelentősége.

12. táblázat Egyszerű gerendával megtámasztott oszlop kihajlász vizsgálatának főbb eredményei. Az erő jellegű mennyiségek kN-ban szerepelnek. (A zárójelben szereplő N_{bRd} értékek globális stabilitásvesztéshez tartoznak, nem pedig az adott elem teherbírásának kimerüléséhez.)

		K_y	N_{cr}	N_{bRd}
GERENDA	sajátérték	∞	0	0
	Auto N_{cr}	10.0	48.1	46.2
	nemlineáris rugalmas	-	0	(0.0)
	nemlineáris képlékeny	-	-	(0.0)
OSZLOP	sajátérték	0.79	7660	1169
	Auto N_{cr}	0.79	7627	1168
	nemlineáris rugalmas	-	7095	1167
	nemlineáris képlékeny	-	-	1172

4.3.2 Nyomott gerendával megtámasztott oszlop

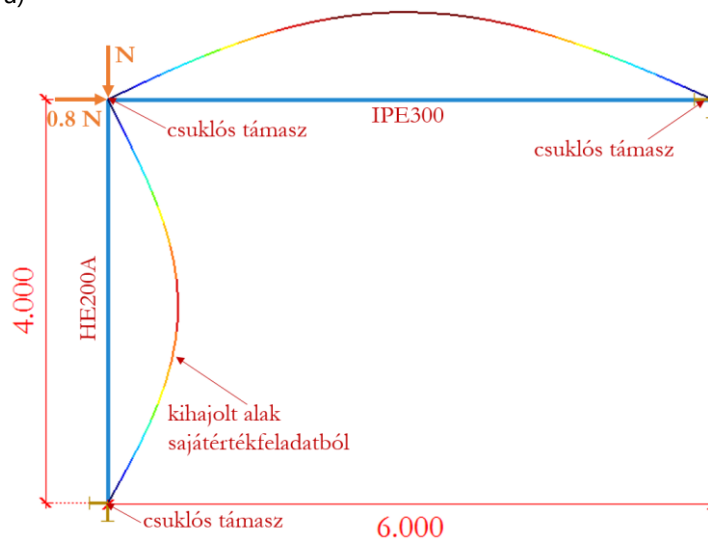
Ebben a példában a nyomóerő megtámasztó elem merevségét csökkentő hatását mutatjuk be. A szerkezeti kialakítás hasonló az előző példához, de a gerenda másik végpontját ebben az esetben csuklósan támasztottuk meg. A függőleges teher mellett a 24.a ábrán látható elrendezésben egy vízszintes koncentrált erőt is elhelyezünk a rendszeren. A vízszintes erő nagysága 80%-a a függőleges erő nagyságának.

A 24.b ábra és a 13. táblázat foglalja össze az eredményeket. A gerendában keletkező normálerő csökkenti az oszlop felőli végpontjának elfordulási merevségét és magasabb oszlophoz tartozó befogási tényezőt eredményez (Azonos szerkezeti kialakítás, de terheletlen gerenda esetén az

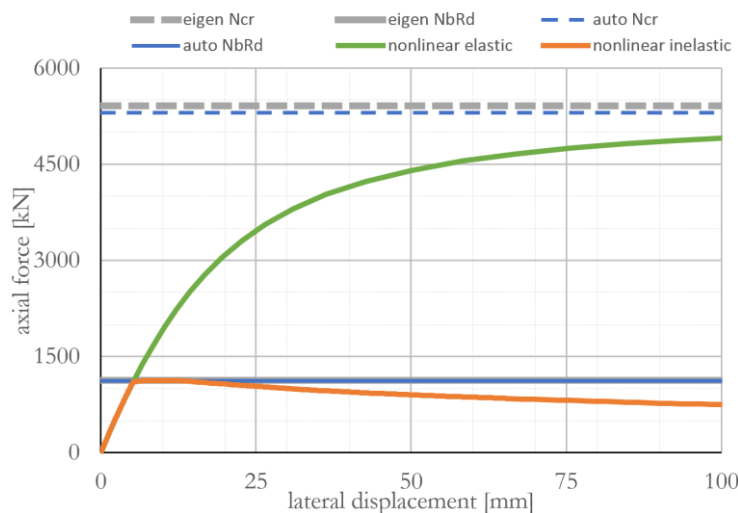
oszlop kihajlásához $K_y = 0,81$ és $N_{cr} = 7269$ kN tartozik). Érdekes megfigyelni, hogy a gerenda viselkedését is hasonló gondolatmenettel lehetne elemezni: egyik végén csuklós, másik végén pedig egy oszloppal megtámasztott nyomott elem kihajlását vizsgáljuk. A gerenda csuklós-félmerev megtámasztású, a példában szereplő teherelrendezés esetén mégis $K_y = 1.06$ befogási tényező jellemzi. Az oszlopban ébredő normálerő olyan mértékben csökkenti annak merevítő hatását, hogy az végül egyáltalán nem tudja merevíteni a gerendát. Éppen ellenkezőleg, az oszlop szorul a gerenda támogatására, ezért a gerenda helyzete még a csuklós-csuklós esetnél is kedvezőtlenebbé válik.

Az AutoNcr eljárás mindkét szerkezeti elem esetében kellő pontossággal közelíti a referencia eredményeket.

a)



b)



24. ábra Nyomott gerendával megtámasztott oszlop kihajlásvizsgálata. a) Bemenő adatok és kihajolt alak; b) különböző vizsgálatokkal számított normálerő – maximális oldalirányú elmozdulás diagramok.

13. táblázat Nyomott gerendával megtámasztott oszlop kihajlásvizsgálatának főbb eredményei. Az erő jellegű mennyiségek kN-ban szerepelnek. (A zárójelben szereplő N_{bRd} értékek globális stabilitásvesztéshez tartoznak, nem pedig az adott elem teherbírásának kimerüléséhez.)

		K_y	N_{cr}	N_{bRd}
GERENDA	sajátérték	1.06	4326	1152
	Auto N_{cr}	1.04	4475	1156
	nemlineáris rugalmas	-	4127	(890.0)
	nemlineáris képlékeny	-	-	(901.5)
OSZLOP	sajátérték	0.94	5408	1128
	Auto N_{cr}	0.95	5301	1125
	nemlineáris rugalmas	-	5159	1113
	nemlineáris képlékeny	-	-	1127

4.3.3 Ferde gerendával megtámasztott oszlop

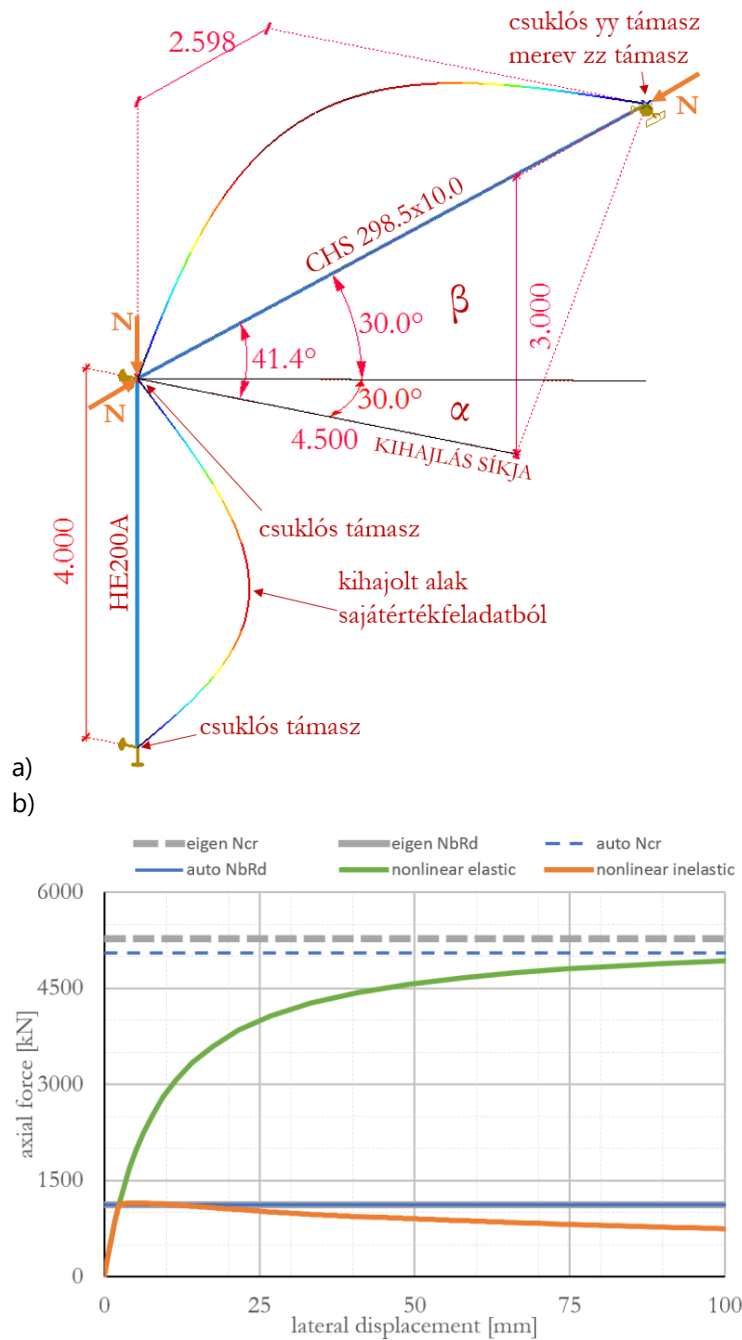
A kapcsolódó szerkezeti elemek által bezárt szög is hatással van a kihajlási jellemzőikre. Ezt a hatást mutatjuk be ebben a példában. Az előző példákban szereplő gerendát ebben az esetben az oszlop erős tengely körüli kihajlásának síkjában (β) és a vízszintes síkban (α) is elforgatjuk 30 fokkal (25.a ábra). Ez csökkenti a gerenda oszlopra gyakorolt merevítő hatását. A gerenda keresztmetszetét csőszelvényre (CHS) változtattuk, mert így elkerülhető az IPE szelvényekre jellemző gyenge tengely körüli kihajlás. Ezt a gyakorlathoz közelebb álló megoldásnak értékeltük, mint egy 90 fokkal elforgatott IPE szelvény alkalmazását. Az IPE szelvény gyenge tengely körüli kihajlását kellő pontossággal képes kezelni az Auto N_{cr} eljárás, azonban az jó közelítéssel az oszlop erős tengely körüli kihajlásától függetlenül következik be, ezért a vizsgálata korlátozottan érdekes ezen példa keretein belül.

A 25.b ábrán és a 14. táblázatban található eredmények rámutatnak, hogy a nyomóerő és az elfordulás együttes hatására jelentősen csökken a gerenda megtámasztó hatása. Terheletlen, de azonos CHS szelvényű gerenda alkalmazása esetén az oszlopra $K_y = 0,82$ és $N_{cr} = 7156$ kN adódik. Amennyiben a terheletlen gerenda a kihajlás síkjában, merőlegesen csatlakozik az oszlophoz, az eredmények még kedvezőbbek: $K_y = 0,80$ és $N_{cr} = 7430$ kN adódik. Amennyiben a gerendát a vízszintes síkban tovább forgatjuk és ezzel növeljük az oszlop kihajlási síkjával bezárt szögét (α), a gerenda merevítő hatása rohamosan csökken.

Az Auto N_{cr} eljárás mindkét szerkezeti elem kihajlási ellenállásának jellemzőit kellő pontossággal becsüli. Az itt bemutatott eredmények igazolják, hogy az automatikus számítási eljárás alkalmas ferdén csatlakozó elemek merevítő hatásának figyelembevételére.

14. táblázat Ferde gerendával megtámasztott oszlop kihajlásvizsgálatának főbb eredményei. Az erő jellegű mennyiségek kN-ban szerepelnek. (A zárójelben szereplő N_{bRd} értékek globális stabilitásvesztéshez tartoznak, nem pedig az adott elem teherbírásának kimerüléséhez.)

		K_y	N_{cr}	N_{bRd}
GERENDA	sajátérték	1.01	5277	1864
	Auto N_{cr}	1.01	5263	1863
	nemlineáris rugalmas	-	5242	(1142)
	nemlineáris képlékeny	-	-	(1149)
OSZLOP	sajátérték	0.95	5277	1125
	Auto N_{cr}	0.97	5053	1119
	nemlineáris rugalmas	-	5242	1142
	nemlineáris képlékeny	-	-	1149



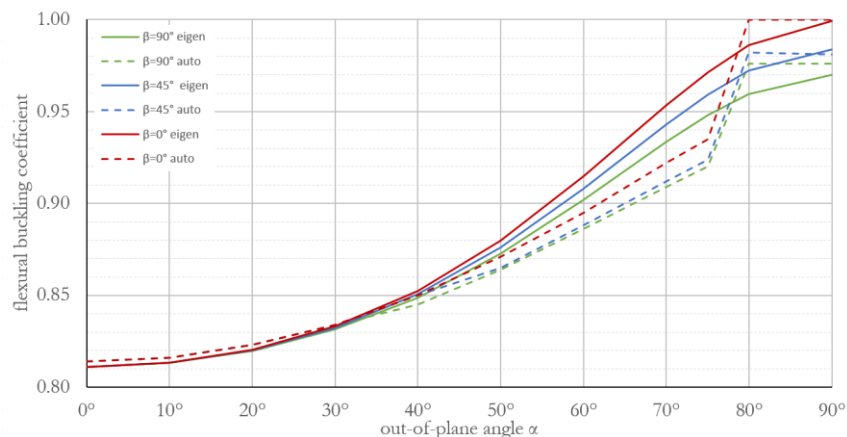
25. ábra Ferde gerendával megtámasztott oszlop kihajlásvizsgálata. a) Bemenő adatok és kihajolt alak; b) különböző vizsgálatokkal számított normálerő – maximális oldalirányú elmozdulás diagramok.

4.3.4 Alkalmazási korlátok: ferde gerendák

Ebben a példában az előzőnél általánosabban vizsgáljuk az AutoNcr eljárás pontosságát egy oszlop és hozzá ferdén csatlakozó gerenda által alkotott szerkezeti rendszer esetében. A 4.3.2 pontban bemutatott kialakítás alapján számos különböző szögben elhelyezett gerenda esetét vizsgáltuk. A gerendát ebben a példában nyomóerővel nem terheltük. A kihajlás síkjában mérhető gerenda-ferdeségnek nincs jelentős hatása nem kilengő oszlopok kihajlására, ezért mindössze

három különböző β szöget emeltünk ki a 26. ábrán. A gerenda ferdeségének másik, az oszlop kihajlási síkjára merőleges komponense (α) nagy hatással van az eredményekre. Amennyiben a gerendát fokozatosan forgatjuk a vízszintes síkban az oszlop tetőpontja körül, a merevítő hatása lassan teljesen megszűnik és az oszlop csuklós-csuklós tartóként viselkedik.

Az AutoN_{cr} eljárás jól láthatóan képes követni a ferde gerendánál tapasztalható merevítőhatás-csökkenést. A közelítés legnagyobb hibáját $\alpha = 75^\circ$, $\beta = 0^\circ$ esetén tapasztaltuk; ebben az esetben a referencia sajátértékfeladat megoldásához képest 4%-nál kisebb hibát mértünk. Ezt a gyakorlati alkalmazhatóság szempontjából még elfogadhatónak tartjuk. Felhívjuk a figyelmet arra, hogy a gerenda ferdeségének elhanyagolása több mint 10% hibához vezetne a K_y értékekben.

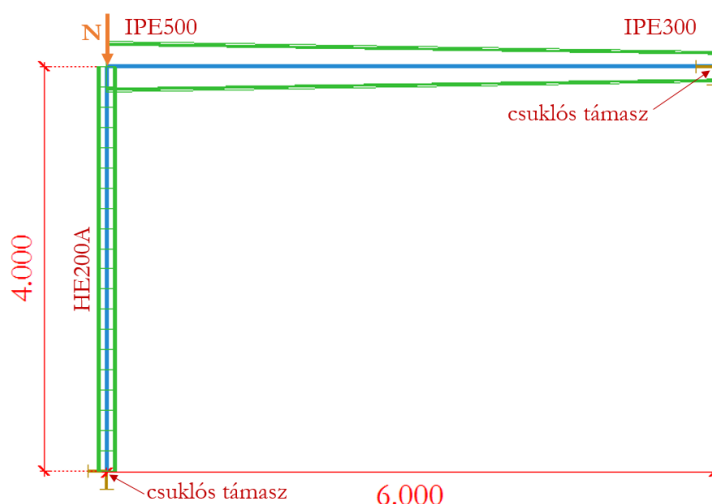


26. ábra A kihajlás síkjában (β) és a kihajlás síkjához képest (α) is ferde gerendával megtámasztott oszlop kihajlását jellemző befogási tényező változása a gerenda ferdeségének függvényében. A sajátértékfeladat eredményeit folytonos vonalakkal, az AutoN_{cr} eljárás eredményeit szaggatott vonalakkal jelöltük.

4.3.5 Alkalmazási korlátok: változó keresztmetszetű gerendák

Korábban már rámutattunk, hogy az AutoN_{cr} eljárás nem minden esetben képes jól közelíteni változó keresztmetszetű tartók kihajlási ellenállását (a részleteket lásd 4.2.7-ben). Ugrásszerűen változó, de szakaszonként állandó keresztmetszetű elemekre az eljárás alkalmazható, de alkalmazása nem javasolt. Hossz mentén folyamatosan változó keresztmetszetű elemekre pedig egyelőre nem engedélyezzük a használatát. Fontos kérdés azonban, hogy hogyan tudjuk figyelembe venni egy változó keresztmetszetű gerenda merevítő hatását. Az ilyen kialakításoknál érvényes korlátokat ismertetjük ebben a példában.

A szerkezeti kialakítás a korábbiakhoz hasonló, de a gerenda szelvénye ebben az esetben változó keresztmetszetű: IPE500 méretű szelvényről fokozatosan csökken a mérete IPE300-ra (27. ábra). Az AutoN_{cr} eljárás ezt a gerendát állandó keresztmetszetű elemként modellezi. Konzervatív közelítésként a helyettesítő állandó keresztmetszetű elem keresztmetszeti jellemzőit úgy veszi fel az eljárás, hogy azok kellő pontossággal modellezzék a kedvezőtlenebb kialakítást, melyben a kisebb szelvény kapcsolódik a vizsgált oszlophoz. Ez illusztrálják a 15. táblázat eredményei. Az első eset szerepel a 27. ábrán, míg a második esetben a gerenda fordítva helyezkedik el a tartóban. Az automatikus számítás a fenti logikának megfelelően mindkét esetben azonos eredményt ad, mely közelebb áll a kedvezőtlenebb esethez tartozó sajátértékfeladatból származó megoldáshoz.



27. ábra Bemenő adatok egy változó keresztmetszetű gerendával megtámasztott oszlop kihajlásvizsgálatához.

15. táblázat Változó keresztmetszetű gerendával megtámasztott oszlop kihajlásvizsgálatának főbb eredményei. Az erő jellegű mennyiségek kN-ban szerepelnek.

		K_y	N_{cr}	N_{bRd}
OSZLOP IPE500 > IPE300	sajátérték	0.74	8787	1181
	Auto N_{cr}	0.79	7743	1170
OSZLOP IPE300 > IPE500	sajátérték	0.78	7850	1171
	Auto N_{cr}	0.79	7743	1170

Ezek alapján jó közelítést várhatunk olyan oszlopok esetében, melyek változó keresztmetszetű gerendák kisebbik keresztmetszetéhez kapcsolódnak. Ellenkező esetben az eredmények a biztonság javára tévednek, de a hiba mértékét (különösen N_{bRd} esetén) elfogadhatónak tartjuk.

5. Szerkezet vizsgálata

Számos, önálló oszlop vizsgálatával foglalkozó példa után, ebben a fejezetben a mindennapi tervezési gyakorlathoz közelebb álló szerkezeti kialakítással foglalkozunk. Célunk azon beállítások hangsúlyozása, melyek ilyen esetekben feltétlenül szükségesek ahhoz, hogy az $AutoN_{cr}$ eljárással megfelelő eredményeket kapjunk.

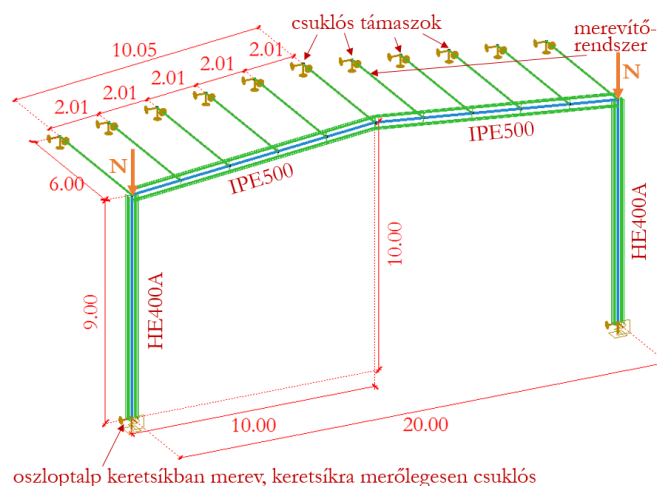
A példánkban egy csarnok főtartóját vizsgáljuk. A numerikus modellt a 28. ábra mutatja be. Az oszlopok HE400A szelvényűek, a gerendák pedig IPE500 szelvényből készülnek. A gerendát több ponton megtámasztja oldalirányban a merevítőrendszer. A merevítőrudakat rácsrúdként modellezzük, ezért csuklós kapcsolatot feltételezünk a rudak mindkét végén. Feltételezzük, hogy az oldalirányú támaszok kellő sűrűséggel helyezkednek el a gerendán ahhoz, hogy a gerenda kifordulása ne legyen mértékadó. Az oszloptalpak keretsíkban befogott, keretsíkra merőlegesen csuklós megtámasztást biztosítanak. Az oszlop-gerenda kapcsolatot tökéletesen merevnek tételezzük fel.

Három különböző teherelrendezést vizsgálunk. Az első esetben mindkét oszlopot azonos normálerő terheli, a gerenda pedig terheletlen (28. ábra). Ennek ellentéte a második eset, melyben a gerendában ébred normálerő, miközben az oszlopokat nem terheljük (31. ábra). A harmadik eset az első kettő kombinálásával adódik: az oszlopok és a gerenda is normálerővel terheltek. Ebben az esetben az $AutoN_{cr}$ eljárásnak figyelembe kell vennie az egymást megtámasztó elemekben ébredő normálerő hatását.

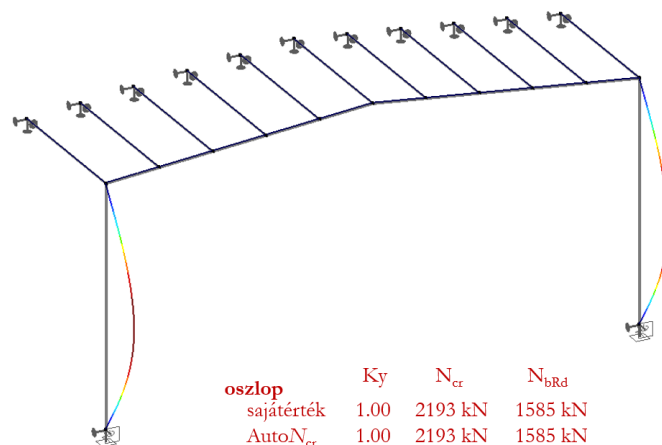
Az első esethez tartozó eredmények a 29. és 30. ábrákon láthatóak. A keretsíkra merőleges kihajlás egyszerűen kezelhető, hiszen kizárólag az oszlopok hajolnak ki, mégpedig egyszerű, két végén csuklósan megtámasztott elemként. Mivel a merevítőrendszer kellő mértékű megtámasztást ad a főtartónak keretsíkra merőleges elmozdulással szemben, az oszlopot nem kilengőnek állítjuk be a lokális x-y tengely irányában. Az $AutoN_{cr}$ eljárás tökéletesen pontos eredményeket ad erre az esetre.

Keretsíkban nehezebb a vizsgálat, mert az oszlopok felső pontjait a gerenda véges merevséggel támasztja meg elfordulás ellen. Az oszlopok felső pontjai keretsíkban nincsenek merevítve, így a másodrendű hatások várhatóan jelentősen befolyásolják az oszlopok kihajlási ellenállását. Ezért az oszlopokat a lokális x-z tengely irányában kilengőnek állítjuk be. Az $AutoN_{cr}$ eljárás ebben az esetben minimális hibával közelíti a sajátértékfeladat eredményeit.

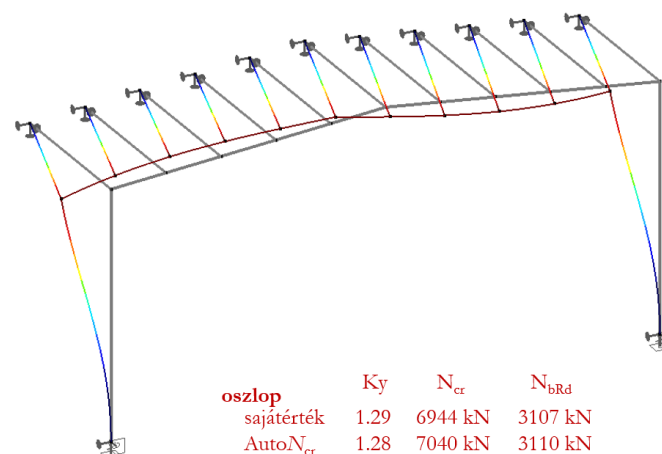
A második terhelési esetet a 31. ábra mutatja be, míg az ehhez tartozó eredmények a 32. és 33. ábrákon láthatóak. A gerenda keretsíkra merőleges kihajlása egy egyszerűen kezelhető jelenség, de a megfelelő közelítéshez fontos, hogy az $AutoN_{cr}$ eljárás felismerje a merevítőrendszer által több ponton biztosított oldalirányú megtámasztásokat. A gerendát az előző példa oszlopához hasonló elven nem kilengőnek tekintettük a lokális x-y tengely irányában. A 32. ábra alapján látható, hogy az automatikus számítás pontos eredményeket ad ebben az esetben: a kihajlási hossz megegyezik az oldalirányú támaszok távolságával.



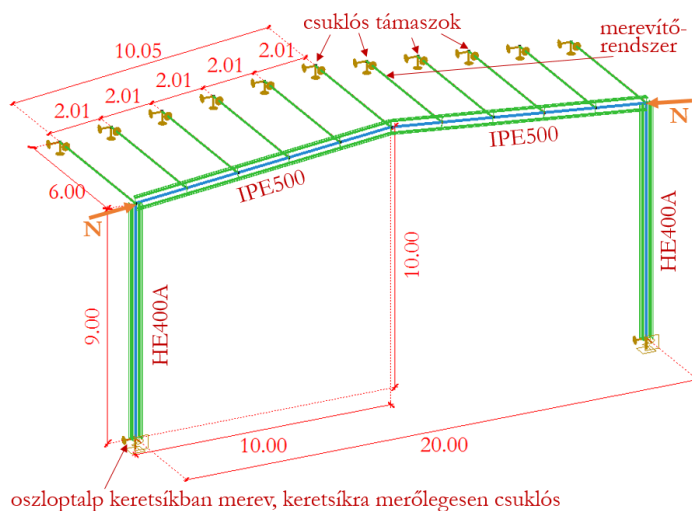
28. ábra Bemenő adatok és a numerikus modell felépítése acélszerkezetű ipari csarnok főtartójának kihajlásvizsgálatához. Az első teherelrendezésben kizárólag az oszlopokat terheljük.



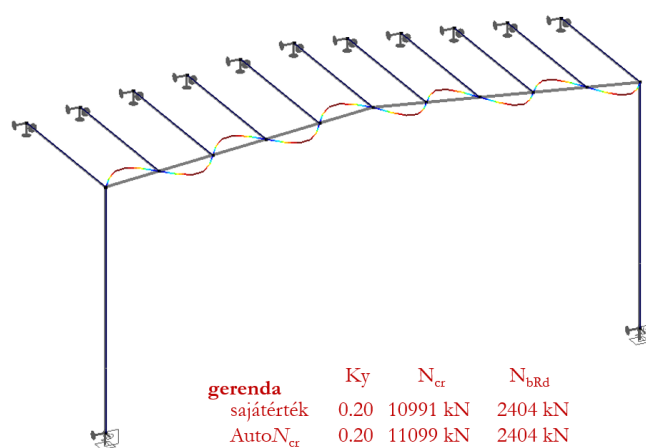
29. ábra Keretsíkra merőleges kihajlott alak és a hozzá tartozó eredmények összefoglalása az első teherelrendezésből.



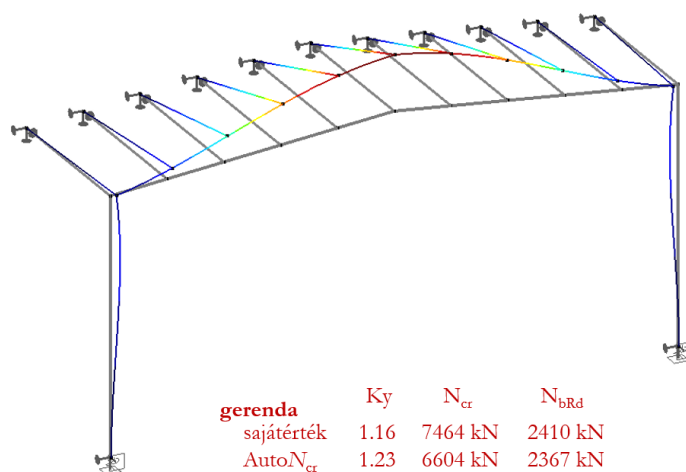
30. ábra Keretsíkban kihajlott alak és a hozzá tartozó eredmények összefoglalása az első teherelrendezésből.



31. ábra Bemenő adatok és a numerikus modell felépítése acélszerkezetű ipari csarnok főtartójának kihajlásvizsgálatához. A második teherelrendezésben kizárólag a gerendát terheljük.



32. ábra Keretsíkra merőleges kihajolt alak és a hozzá tartozó eredmények összefoglalása a második teherelrendezésből.



33. ábra Keretsíkban kihajolt alak és a hozzá tartozó eredmények összefoglalása a második teherelrendezésből.

A gerenda keretsíkban bekövetkező kihajlását a 33. ábra illusztrálja. Az oszlopok ebben az esetben terheletlenek, ezért az elfordulási támasz mellett oldalirányú megtámasztásként is szolgálnak a gerendák számára. Ezért a gerendát a lokális x-z tengely irányában is nem kilengőnek állítjuk be. A merevítőrendszer által nyújtott megtámasztás hatását a keretsíkban bekövetkező kihajlás esetében elhanyagolhatónak tartjuk. A gerenda nem egyenes, de az AutoNcr eljárás egyenes elemmel helyettesíti az egyszerűsített modellben. Ezért kis mértékű, a biztonság javára elkövetett hiba terheli az eredményt. Az N_{bRd} értékében számított 3% hibát elfogadhatónak tartjuk.

A harmadik teherelrendezés esetében a keretsíkra merőleges kihajlás jellemzői megegyeznek az első és második elrendezés eredményeivel. Egyik elem sem merevíti a másikat keretsíkra merőleges elfordulással szemben, ezért a kombinált terhelés esetén sem változik az ilyen irányú kihajlási viselkedésük.

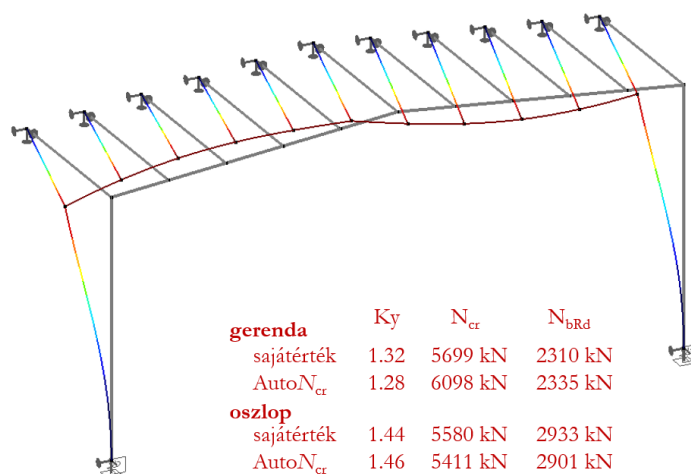
A keretsíkban bekövetkező kihajlásra viszont jelentős hatással van a kombinált teherelrendezés. Bár a 34. ábrán látható kihajolt alak nagyon hasonlít a 30. ábra kizárólag oszlop kihajláshoz tartozó alakjára, a hozzájuk rendelhető N_{cr} és K_y értékekben jelentős a különbség. A kihajlás elemzéséhez az oszlopokat egészen biztosan a keretsíkban kilengőnek kell tekinteni, a gerenda esetében azonban nem ilyen egyértelmű a helyes beállítás. A döntést befolyásolja az oszlop és a gerenda relatív merevsége és teherbírása.

Ha az oszlopok a keretsíkban bekövetkező kihajláshoz tartozó kritikus teherszinten is megfelelő megtámasztást tudnak nyújtani a gerendának, akkor a gerendát nem kilengőnek tételezzük fel. Ebben az esetben a gerenda a kihajlás szempontjából mértékadó elem és a szerkezet a gerenda egyik keresztmetszetében fellépő túlzott képlékeny alakváltozások mellett megy tönkre. Ezért ebben az esetben az oszlopokra számított N_{Ed} értékét általában jelentősen meghaladja azok kihajlási ellenállása.

Gyakrabban előfordul, hogy a gerenda az erősebb elem és a szerkezet az egyik oszlop kihajlása révén megy tönkre. Ebben az esetben az oszlopok kihajlása következtében a kritikus teherszint közelében az oszlop-gerenda csomópontok számottevő függőleges elmozdulására számíthatunk. Ez másodrendű nyomatókat eredményez a gerendában, ezért annak kihajlását kilengőnek kell tekintenünk. Ez jelentősen növeli K_y és csökkenti N_{bRd} értékét a gerenda esetében.

Felhívjuk a figyelmet arra, hogy a gerendákat általában megoszló függőleges hatásvonalú teherre és az ehhez tartozó nyíró- és hajlító-igénybevételre méretezik. Ezért általában az oszlophoz képest kis normálerők alakulnak ki bennük. Ezért a tipikus gyakorlati esetekben az oszlop kihajlása megelőzi a gerendáét, hiszen a gerendában ébredő N_{Ed} még alacsony érték amikor az oszlopokban ébredő nyomóerő már elérte azok kihajlási ellenállását. A fenti logika alapján ezek a tipikus gerendák kilengők és hozzájuk kis N_{cr} és nagy K_y jellemzők rendelhetők. Az így adódó kis N_{bRd} aggodalomra adhatna okot, azonban a gerendákban ébredő kis normálerő miatt a méretezés során nem jelent problémát. Ha a szerkezet mégsem tipikus és a gerenda a mértékadó elem, akkor a keretsíkban bekövetkező kihajlása nem kilengővé válik. Ezek alapján, ha a gyakorlati tervezés során sok teherkombinációt kell vizsgálni és a tervezőmérnök nem engedheti meg azt, hogy minden kombinációban mérlegelje a gerendák viselkedését, akkor azt javasoljuk, hogy a gerendákat kilengőre állítsa be. Ez megoldás a nem mértékadó teherkombinációk esetében konzervatív eredményekre vezethet, de a mértékadó esetekben általában jó közelítést ad.

A vizsgált szerkezetben a harmadik teherelrendezésben jelentős normálerő ébred a gerendában, ezért a gerenda a kihajlás szempontjából mértékadó elem. Ezt figyelembe vettük és a gerendát nem kilengőnek állítottuk be. Az $AutoN_{cr}$ eljárással így kapott kihajlást jellemző paraméterek kellő pontossággal közelítik a sajátértékfeladat eredményeit (34. ábra).



34. ábra Keretsíkban kihajolt alak és a hozzá tartozó eredmények összefoglalása a kombinált, harmadik teherelrendezésből.

6. Összefoglalás

A segédlet célja az AutoN_{cr} eljárás megismertetése az AxisVM felhasználóival. Az elméleti háttérrel foglalkozó 2. és 3. fejezetekben ismertettük azon problémák körét, melyek az eljárással kezelhetők és felhívtuk a figyelmet arra, hogy nem számíthatunk pontos eredményre az összes elképzelhető szerkezeti kialakítás esetén. Célunk a mindennapi tervezési gyakorlatban sűrűn előforduló szerkezeti kialakítások kihajlási viselkedésének kellő pontosságú közelítése. Bízunk benne, hogy az AxisVM-et használó mérnökök az AutoN_{cr} eljárást hasznos, a munkájukat gyorsító és gazdaságosabb tervezéshez vezető eszköznek találják. A jövőben a felhasználó visszajelzések alapján az eljárás folyamatos fejlesztését, a kezelhető esetek számának bővítését tervezzük.

A 4. és 5. fejezet példáin keresztül bemutattuk a stabilitásvizsgálat módszereit és az AutoN_{cr} eljárás működését, valamint felhívtuk a figyelmet a számítás buktatóira. Önálló oszlopok vizsgálatán keresztül sok gyakorlati kialakításra mutattunk példát és foglalkoztunk olyan speciális esetekkel is, melyek rámutatnak az AutoN_{cr} eljárás alkalmazási korlátaira. Ezek bemutatása része az átláthatóságra törekvésünknek: célunk, hogy az AxisVM-et használó mérnökök tisztában legyenek a rendelkezésükre álló eljárások korlátaival, így azokat megfontoltan tudják használni. Az 5. fejezetben szereplő szerkezeti példa alapján kijelenthetjük, hogy az automatikus számítással közepesen összetett szerkezeti kialakítások változatos terhelési esetekben is jól kezelhetők. A segédletben szereplő példákat folyamatosan bővítjük, elsősorban olyan szerkezeti kialakításokkal, melyek a felhasználói visszajelzések alapján nehézségeket okoznak a tervezőmérnököknek.

7. Irodalomjegyzék

Chladný E. and Štujberová M., 2013, Frames with unique global and local imperfection in the shape of the elastic buckling mode (Part 1), Stahlbau, 82:8 609-17

ECCS Technical Committee 8 - Stability, 2006, Rules for Member Stability in EN 1993-1-1 Background documentation and design guidelines, European Convention for Constructional Steelwork (ECCS)

European Committee for Standardization (CEN), 2009a, EN 1993-1-1:2009 Eurocode 3: Design of steel structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings, CEN

European Committee for Standardization (CEN), 2009b, EN 1993-1-5:2009 Eurocode 3: Design of steel structures - Part 1-5: Plated structural elements, CEN