



AXISVM

AUTO M_{cr}

**AUTOMATYCZNE
WYZNACZANIE
SPRĘŻYSTEGO MOMENTU
KRYTYCZNEGO W
PROGRAMIE AXISVM**

OPIS DZIAŁANIA Z PRZYKŁADAMI

Edited by: Inter-CAD Kft.

©2020 Inter-CAD Kft. All rights reserved

All brand and product names are trademarks or registered trademarks.

Translated by: GammaCAD

©2024 Inter-CAD Kft.

All rights reserved

™ All brand and product names are trademarks or registered trademarks.

Spis treści

CZĘŚĆ 1. PODSTAWY TEORETYCZNE.....	1
CZĘŚĆ 2. PRZYKŁADY	8
CZĘŚĆ 3. WERYFIKACJA	13

Pusta strona

CZĘŚĆ 1. PODSTAWY TEORETYCZNE

I. WPROWADZENIE

AutoMcr jest aplikacją użytą w module Wymiarowania Konstrukcji Stalowych, służącą do wyznaczania sprężystego momentu krytycznego (M_{cr}). AutoMcr tworzy indywidualny podmodel elementu skończonego każdego stalowego elementu konstrukcyjnego, dla którego określa wartość M_{cr} poprzez rozwiązanie problemu wartości własnych. Submodel składa się ze specjalnych prętowych elementów skończonych, dla których przypisana jest taka liczba stopni swobody, która pozwala na określenie nośności krytycznej elementu zginanego (zwichrzenia):

- v przemieszczenie boczne w kierunku lokalnej osi y ;
- θ_x skręcenie; obrót wokół podłużnej osi belki (wokół lokalnej osi x);
- θ_z obrót wokół słabszej osi (wokół lokalnej osi z);
- w spaczenie.

W trakcie tworzenia podmodelu, program automatycznie identyfikuje podparcia boczne, które mogą być wyedytowane przez użytkownika. Składowe sztywności podparcia indeksowane są zgodnie z lokalnym układem współrzędnych podmodelu: R_y , R_{xx} , R_{zz} , R_w .

AutoMcr korzysta z tej samej teorii, co program LTBeam. Więcej informacji na temat założeń teoretycznych można przeczytać w artykule: *Yvan Galea: Moment critique de deversement elastique de poutres flechies presentation du logiciel ltbeam* [1].

Ten przewodnik ma dwa główne cele. W Części 1 przedstawione przykłady mają pokazać możliwości i ograniczenia AutoMcr, jednocześnie pomagając użytkownikom prawidłowo korzystać z programu. Część 2 zawiera podsumowanie wyników modeli weryfikujących, w którym wyniki z AutoMcr porównano z wynikami z literatury i wynikami otrzymanymi w innych programach. Aby poznać podstawy i zasady działania AutoMcr, zapoznaj się z podręcznikiem użytkownika *AXISVM: 6.6.1. Wymiarowanie belek stalowych według Eurokodu 3 - moduł SD1*.

Aplikacja AutoMcr umożliwia analizę prostoliniowych elementów o przekroju z przynajmniej jedną osią symetrii względem słabszej osi przekroju. Ponadto obsługuje:

- elementy ze zmiennym przekrojem;
- wsporniki: nie ma potrzeby określania czy jest to wspornik czy nie, jak w AxisVM12;
- obciążenia mimośrodowe: odległość względem słabszej osi, uwzględniania jest jedna wartość dla wszystkich przypadków obciążenia na raz;
- mimośrodowe warunki podparcia: określane indywidualnie dla każdego podparcia.

Aplikacja AutoMcr pozwala na analizę tylko ciągłych elementów, dlatego wymiarowane elementy dzielone są w następujących dwóch przypadkach:

- belka o zmiennym (zbieżnym) przekroju: gdy część belki ma zmienny przekrój, a pozostała jej część jest o stałym przekroju;
- elementy z przegubem pośrednim.

II. PODPARCIA BOCZNE

Metoda AutoMcr za pomocą domyślnych ustawień określa automatycznie podpory boczne wymiarowanego elementu. Zostanie to szczegółowo opisane poniżej. Program znajduje nie tylko podpory, które zostały wcześniej zdefiniowane zostały na modelu głównym, ale również elementy dochodzące do elementu wymiarowanego. Dochodzącymi elementami mogą być:

- pręt kratowy, belka lub żebro;
- element powierzchniowy;
- element sztywne, element łączące węzeł-węzeł.

Na podstawie właściwości tych elementów program wyznacza sztywność podpór bocznych. Więcej informacji znajduje się w Tabeli 2-3.

Podpory boczne mogą zostać zdefiniowane w oknie dialogowym *Parametry wymiarowania* (Rysunek 1), poprzez wciśnięcie przycisku [...], znajdującego się w obszarze zatytułowanym *Podpory boczne*. Po kliknięciu w przycisk [...] pojawi się okno *Podpory boczne* (Rysunek 2), w którym widoczne są przyłożone podpory boczne. Podpory te zależne są także od ustawień metody AutoMcr:

<i>Automatyczna</i>	ustawienia domyślne; patrz Tabele 2-3.
<i>Oszacowanie na podstawie k_z, k_w</i>	w oparciu o zdefiniowane przez użytkownika wartości parametrów k_z i k_w , podobnie do AXISVM 12, położenie podpór bocznych i wartość ich sztywności jest szacowana. Szczegóły patrz Tabela 1.
<i>Widełkowe podparcie na obu końcach</i>	na końcach elementu podparcie boczne jest przyjmowane jako sztywne dla składowych R_y i R_{xx} . Jeżeli użytkownik wybrał wspornik wtedy na jednym końcu sztywne przyjmowane są składowe R_y , R_{xx} i R_{zz} .
<i>Zdefiniowane przez użytkownika</i>	tylko podparcia boczne zdefiniowane przez użytkownika w oknie <i>Podpory boczne</i> są uwzględniane.

Parametry wymiarowania - Eurokod [PL]

Materiał S 235

Przekrój poprzeczny Pierwotny przekrój poprzeczny I 300

SGN (Stan graniczny nośności) SGU (Stan graniczny użytkowości)

Metoda wymiarowania
Według klasy przekroju (sprężyste / plastyczne)

Klasa przekroju
☒ Automatyczna klasyfikacja
☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4

Element wymiarowany
☒ Stężony w lok. pł. x-y Nieprzechyłowy
☒ Stężony w lok. pł. x-z Nieprzechyłowy

Sposób przypisania parametrów do podelementów

Wskaźnik dla sił sejsmicznych $f_{se} = 1$

Parametry niestateczności
☒ Wyboczenie giętne
y Wsp. długości wyboczenia $K_y = 1,000$
☐ Nieliniowość geometryczna + imperfekcja
Auto a0 a b c d
z Wsp. długości wyboczenia $K_z = 1,000$
☐ Nieliniowość geometryczna + imperfekcja
Auto a0 a b c d
☒ Zwężenie Auto a b c d
Polożenie obciążenia Tak jak zdefiniowa

Metoda obliczania M_{cr}
Auto M_{cr}

Podpory boczne
☒ Automatyczna
☐ Oszacowane na podstawie K_y, K_z
☐ Podpory widelkowe na obu końcach
☐ Zdefiniowane przez użytkownika

☒ Niestateczność środnika przy ścinaniu
☒ Brak usztywnień
☐ Usztywnienia poprzeczne

Pobierz z... >> OK Anuluj

Rysunek 1: Okno parametrów wymiarowania

Podpory boczne

Zaznaczone elementy wymiarowane

Element wymiarowany: 1 (1-2) (Automatycznie)

	Poł. [m]	Wzgl. poł. [-]	Mimośr. [mm]	R_y [kN/m]	R_{xx} [kNm/rad]	R_{zz} [kNm/rad]	R_w [kNm ² /(1/m)]	
1	0	0	0	1E+10	0	1E+10	0	Podpora z modelu
2	2,000	0,333	0	1,29E+5	8,39E+2	0	0	Dochodzące elementy (UPE 140: a=3,00 m; (18-3);
3	4,000	0,667	0	1,29E+5	8,39E+2	0	0	Dochodzące elementy (UPE 140: a=3,00 m; (22-4);
4	6,000	1,000	0	1E+10	0	1E+10	0	Podpora z modelu

Element wymiarowany: 1. - I 300

Węzły: 1 5 6 7 3 8 9 10 4 13 12 11 2

Podpory: 1 2 3 4

L=6,000m

h=300,0mm

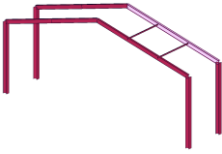
OK Anuluj

Rysunek 2: Okno definicji podparcia bocznego

Tabela 1: Podpory boczne wyznaczane na podstawie k_z i k_w

			Podpora 1					Podpora 2				
	k_z	k_w	Rel. pos.	R_y	R_{xx}	R_{zz}	R_w	Rel. pos.	R_y	R_{xx}	R_{zz}	R_w
	[-]	[-]	[-]	[kN/m]	$\left[\frac{\text{kNm}}{\text{rad}}\right]$	$\left[\frac{\text{kNm}}{\text{rad}}\right]$	$\left[\frac{\text{kNm}^2}{1/\text{m}}\right]$	[-]	[kN/m]	$\left[\frac{\text{kNm}}{\text{rad}}\right]$	$\left[\frac{\text{kNm}}{\text{rad}}\right]$	$\left[\frac{\text{kNm}^2}{1/\text{m}}\right]$
Belka podparta na obu końcach	2<		0	10^{10}		10^7		-				
		2<	0		10^{10}		10^7	-				
	2		0	10^{10}		10^{10}		-				
		2	0		10^{10}		10^{10}	-				
	$1 < k_z < 2$		0	10^{10}		10^{10}		1	$10^{5 \cdot (2 - k_z)}$		$10^{5 \cdot (2 - k_z)}$	
		$1 < k_w < 2$	0		10^{10}		10^{10}	1		$10^{5 \cdot (2 - k_w)}$		$10^{5 \cdot (2 - k_w)}$
	1	1	0	10^{10}	10^{10}	0	0	1	10^{10}	10^{10}	0	0
	0.75		0	10^{10}		10^7		1	10^{10}		10^7	
		0.75	0		10^{10}		10^7	1		10^{10}		10^7
	0.5		0	10^{10}		10^{10}		1	10^{10}		10^{10}	
		0.5	0		10^{10}		10^{30}	1		10^{10}		10^{30}
	<0.5		0; 1	10^{10}		0		$\frac{1}{k_z};$ $\frac{2}{k_z}; \dots$	10^{10}		0	
	<0.5	0; 1		10^{10}		0	$\frac{1}{k_w};$ $\frac{2}{k_w}; \dots$		10^{10}		0	
Wspornik			0 or 1	10^{10}	10^{10}	10^{10}	0					

Tabela 2 Podpory boczne wyznaczane automatycznie przez program na podstawie podpór i dochodzących elementów

Podpora lub element podpierający	α	β	R_y	R_{xx}	R_{zz}	R_w	Przykład	Uwagi
	[°]	[°]	[kN/m]	[kNm/rad]	[kNm/rad]	[kNm ² /(1/m)]		
podpora węzłowa zdefiniowana w modelu głównym	-	-	na podstawie sztywności podpór			0		podczas wyznaczania R_{zz} uwzględniane są zwolnienia węzłowe wymiarowanych elementów
dochodzący pręt kratowy lub przegubowo przyłączona belka lub żebro	-	-	$EA/a *$	0	0	0		
dochodzący pręt lub żebro	90 ± 15	0 ± 15	sztywny $EA/a *$	sztywny $2 \cdot EI/a$	0	0		Właściwości dochodzącego elementu: EA, EI: sztywność, a: długość (zachowawczo zakłada się, że drugi koniec pręta jest podparty przegubowo) R_h : sztywność węzła podatnego, gdzie: $h = \{x, yy, zz\}$
			podatny $\frac{EA/a \cdot R_h}{EA/a + R_h}$	podatny $\frac{2EI/a \cdot R_h}{2EI/a + R_h}$				
	90 ± 15	90 ± 15	0	sztywny $2 \cdot EI/a$	0	0		
				podatny $\frac{2EI/a \cdot R_h}{2EI/a + R_h}$				
	$\neq 90 \pm 15$	0 ± 15	0	0	0	0		widoczne w tabeli, aby użytkownik mógł je edytować
	90 ± 15	$\neq 0 \pm 15$	0	0	0	0		

* jeżeli element wymiarowany nie jest stężony w swojej lokalnej płaszczyźnie x-y; w przeciwnym razie $R_y = 0$ kN/m

Tabela 3: Podpory boczne określone przez program automatycznie – dodatkowe elementy podpierające

Podpora lub element podpierający	α	β	R_y	R_{xx}	R_{zz}	R_w	Przykład	Uwagi
	[°]	[°]	[kN/m]	$\left[\frac{\text{kNm}}{\text{rad}}\right]$	$\left[\frac{\text{kNm}}{\text{rad}}\right]$	$\left[\frac{\text{kNm}^2}{1/\text{m}}\right]$		
Element powierzchniowy lub obszar (niezależnie od swojej sztywności i podparć)	90 ± 15	0 ± 15	10 ¹⁰ *	10 ¹⁰	10 ¹⁰	0	podczas projektowania słupa płyta stropowa lub fundamentowa zapewnia sztywne podparcie	
	0 ± 15	90 ± 15	0	0	0	0		
	0	≤ 45	10 ¹⁰ *	10 ¹⁰	10 ¹⁰	0	Podczas projektowania belki płyta stropowa zapewnia ciągłe podparcie	
Element sztywny lub łączący typu węzeł-węzeł – podpora na drugim końcu	na podstawie sztywności podpór						podczas projektowania belki z mimośrodowym podparciem	mimośród podpory to długość elementu sztywnego; elementy łączące typu węzeł-węzeł są brane pod uwagę, gdy ich wartości sztywności (w odniesieniu do lokalnego układu elementu wymiarowanego) są: K_y oraz $K_{xx} \geq 10^{10}$
Element sztywny lub łączący typu węzeł-węzeł – element liniowy na drugim końcu	takie jak element prętowe						podczas projektowania belki dochodzące elementy zapewniają mimośrodowe podparcie	
Element sztywny lub łączący typu węzeł-węzeł – element powierzchniowy lub obszar na drugim końcu	takie jak element powierzchniowe lub obszary						podczas projektowania belki płyta stropowa dołączona za pomocą elementów sztywnych	

* jeżeli element wymiarowany nie jest stężony w swojej lokalnej płaszczyźnie x-y; w przeciwnym razie $R_y = 0$ kN/m

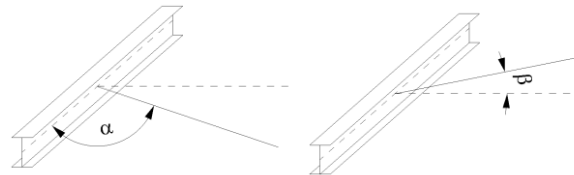
Wy tłumaczenie parametra α i β znajduje się na kolejnej stronie.

Notacja

α najmniejszy kąt pomiędzy osią podłużną projektowanego elementu, a osią podłużną elementu dochodzącego / płaszczyzna ($0 \div 90^\circ$)

β najmniejszy kąt pomiędzy główną osią przekroju, a osią podłużną elementu dochodzącego / płaszczyzna ($0 \div 90^\circ$)

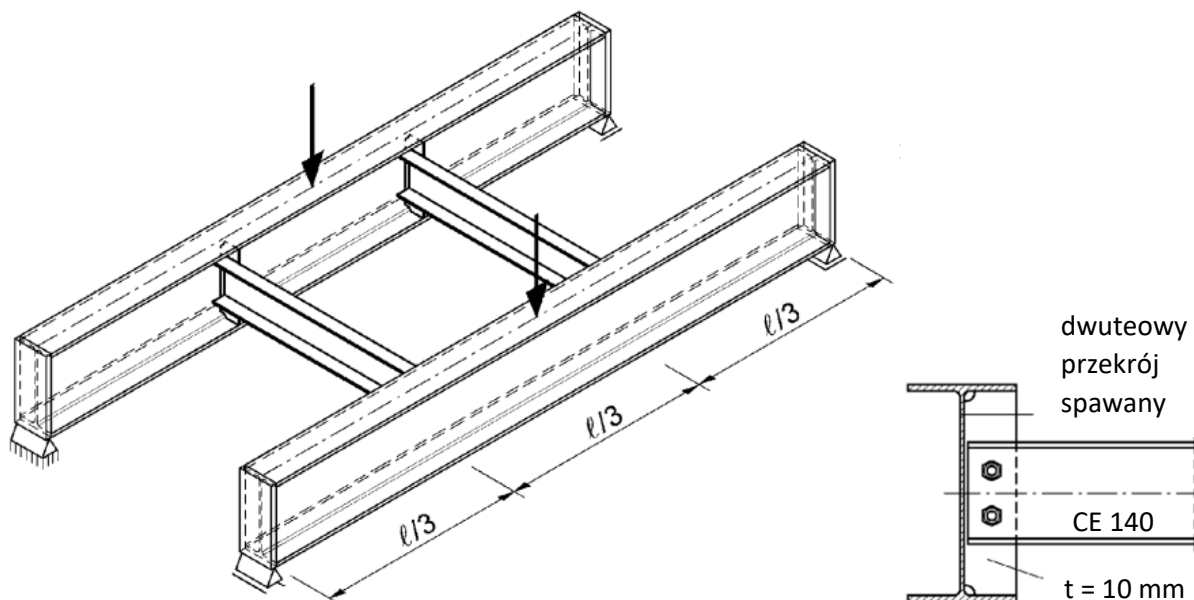
Przykład pomiaru powyższych kątów podczas wymiarowania belki dwuteowej z elementami dochodzącymi:



CZĘŚĆ 2. PRZYKŁADY

I. DŹWIGARY

W przypadku dźwigarów pokazanych poniżej, zabezpieczenie przed zwichrzeniem w dwóch punktach pośrednich zrealizowane zostało przez dwie belki łączące. Belki łączące pełnią w tym przypadku rolę tężnika.



Rysunek 3: Dźwigary połączone belkami usztywniającymi i szczegół połączenia (źródło: [2])

Celem tego przykładu jest pokazanie:

- jak określić sztywność podparcia zapewnionego przez dochodzące belki;
- porównanie wartości M_{cr} uzyskanej z AutoMcr do wartości uzyskanej z modelu powłokowego i z programu LTBeam.

Konstrukcja przedstawiona w książce: *Teil 2 - Stabilität und Theorie II. Ordnung* [2] posłużyła, jako podstawa do tego przykładu. Prezentowany przykład pokaże sposób wyznaczania sztywności podparcia realizowanego przez belki łączące (tężniki).

Parametry:

- Przekrój poprzeczny [mm]:
 - dźwigar: w celu porównania wyników z modelami powłokowymi przyjęto spawany, dwuteowy przekrój jak dla dwuteownika IPE 300: środnik: 300*7, półki: 150*11 mm;
 - belka dochodząca UPE 140;
- Rozpiętość:
 - dźwigar: $l=6\text{m}$;
 - belka dochodząca: $a=3\text{m}$;

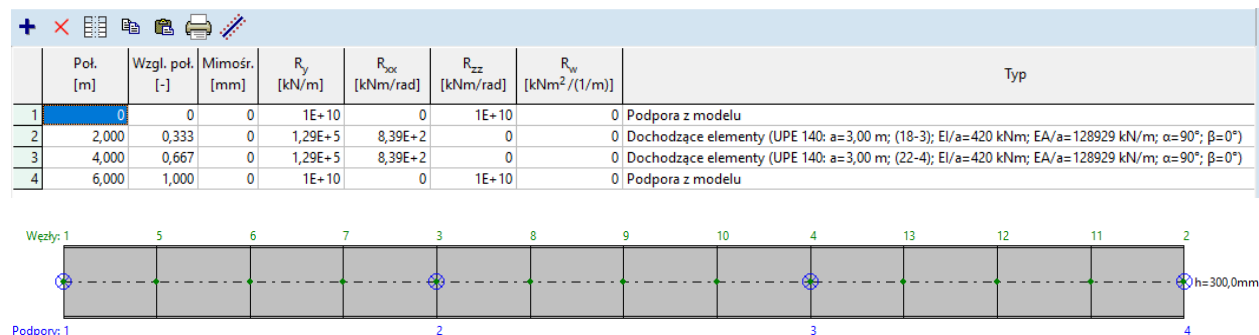
- Obciążenia: obciążenie równomierne na długości belki głównej lub obciążenie siłą skupioną przyłożoną w jej środku rozpiętości; obciążenie przyłożone w środku ciężkości lub do górnej półki;
- Warunki podparcia: podparcie belki głównej na jej końcach wg Rysunku 3 (każdy z dwóch belek głównych może swobodnie przemieszczać się prostopadle do swojej osi podłużnej)

Nazwa modelu AxisVM:

- Model z prętowych elementów skończonych – AutoMcr:
I. *Girder - beam finite element model.axs*
- Model z powłokowych elementów skończonych, jako problem własny:
I. *Girder - shell finite element model.axs*

Sztywność podparcia bocznego

Na końcach belek przyjęto podparcie widełkowe. W programie AxisVM, gdy na potrzeby działania AutoMcr tworzony jest podmodel, automatycznie przyjmowane są podpory zdefiniowane wcześniej na zakładce *Elementy >> Podpory węzłowe*. Te podpory w podmodelu AutoMcr są widoczne w tabeli w oknie dialogowym *Parametry wymiarowania >> Podparcia boczne*. Dla belki głównej przyjęte podpory przedstawione są na Rysunku 4, gdzie zarówno sztywność w kierunku prostopadłym do osi belki (R_y) jak i sztywność obrotowa (R_{xx}) jest przyjęta jako sztywna (zablokowana).



Rysunek 4: Definicja podparć bocznych w programie AxisVM

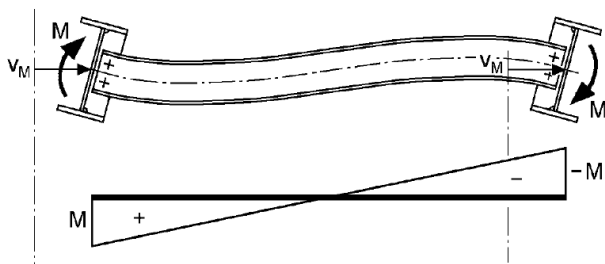
W tabeli powyżej, obok przyjętych podpór z modelu głównego (*Podpory z modelu*), uwzględnione zostały również belki łączące (*Dochodzące elementy*), które punktowo zabezpieczają belkę główną przed zwichrzeniem. Program automatycznie przyjmuje szacunkowe wartości sztywności po kierunkach R_y oraz R_{xx} dla podpór:

- $R_y = 10^{10}$ kN/m jeżeli element wymiarowany jest stężony w swojej lokalnej płaszczyźnie x-y; w przeciwnym razie $R_y = 0$ kN/m;
- $R_{xx} = 2 \cdot EI/a$ na podstawie długości (a) i momentu bezwładności (I) dochodzącego elementu.

Zdefiniowanie tych wartości dokładnie leży po stronie odpowiedzialności użytkownika. Aby wyznaczyć sztywność wynikającą z dochodzącego elementu, można bazować na wytycznych przedstawionych w [2]: sztywność obrotowa podparcia (R_{xx}) może być wyznaczona przez obliczenie sztywności giętej belki dochodzącej (EI/a). Wartość tej sztywności może być wyznaczana na podstawie poniższych dwóch wzorów, bazujących na deformacji konstrukcji:

Przypadek niesymetryczny

Belki główne przemieszczają się w bok i obracają się w tym samym kierunku. Belki łączące nie zapewniają żadnego podparcia bocznego ze względu na przesuw.



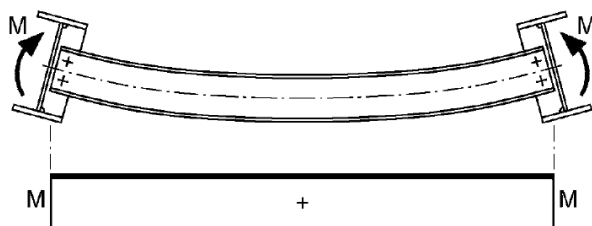
$$\begin{aligned}
 R_{xx} &= 6 \cdot EI / a = \\
 &= 6 \cdot 21000 \text{ kN/cm}^2 \cdot 599.6 \text{ cm}^4 / 3 \text{ m} \\
 &= \\
 &= 2520 \text{ kNm/rad}
 \end{aligned}$$

$$R_y = R_{zz} = R_w = 0$$

Rysunek 5: Możliwa deformacja konstrukcji: przypadek niesymetryczny (źródło: [2])

Przypadek symetryczny

Belki główne (dźwigary) nie doznają przemieszczenia bocznego, ale obracają się w przeciwnych kierunkach. Belki łączące zapewniają częściowe podparcie boczne.



$$\begin{aligned}
 R_{xx} &= 2 \cdot EI / a = \\
 &= 2 \cdot 21000 \text{ kN/cm}^2 \cdot 599.6 \text{ cm}^4 / 3 \text{ m} \\
 &= \\
 &= 840 \text{ kNm/rad}
 \end{aligned}$$

$$R_y > 0$$

$$R_{zz} = R_w = 0$$

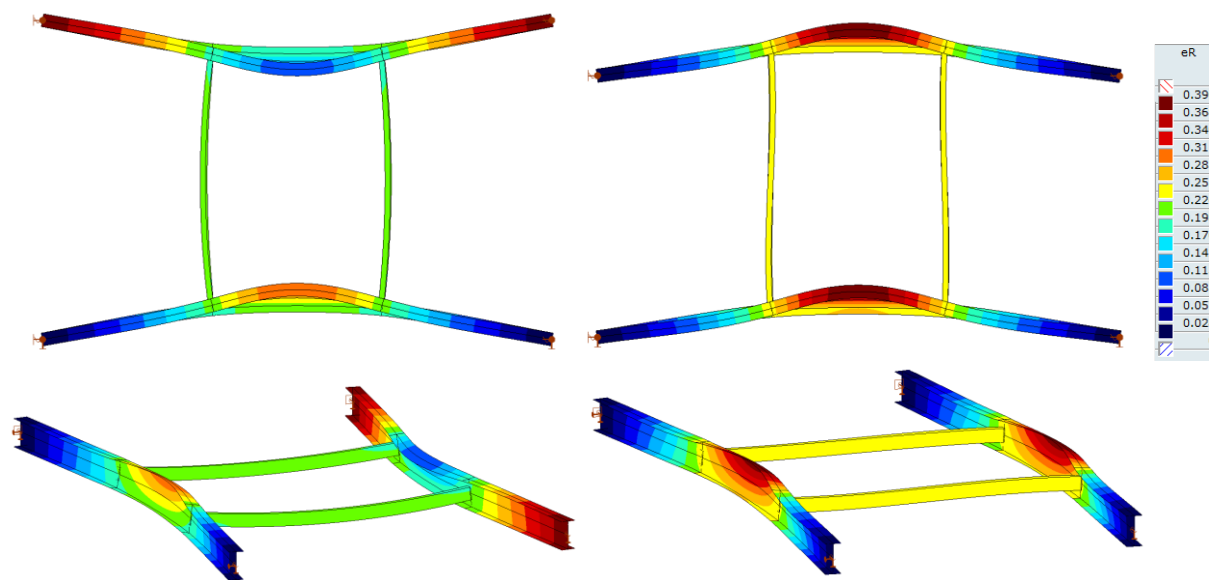
Rysunek 6: Możliwa deformacja konstrukcji: przypadek symetryczny (źródło: [2])

W rzeczywistości, połączenia podatne (ang. semi-rigid) oraz deformacje przekroju belek głównych mogą obniżyć powyższe sztywności podparć. Aby pozostać po stronie bezpiecznej, program bazuje na drugim przypadku. W niniejszym przykładzie zaprezentowane będą oba przypadki, zaś w drugim pominięta zostanie składowa R_y .

Porównanie wyników

Otrzymane wartości M_{cr} zostaną porównane z wynikami otrzymanymi z modelu powłokowego, utworzonego w programie AxisVM13 oraz z wynikami z programu LTBeam, który bazuje na tych samych założeniach, co aplikacja AutoMcr. Modele zdefiniowane w LTBeam (v1.0.10) mają te same ustawienia. Różnice w otrzymanych wynikach wynikają z zastosowanych algorytmów i różnic w dyskretyzacji modelu.

Modele powłokowe w AxisVM13 zostały utworzone za pomocą polecenia Edycja >> Konwertuj pręty na model powłokowy. Po zdefiniowaniu obciążenia, rozwiązany został problem własny (zakładka Wyboczenie), który określił mnożnik obciążenia krytycznego. M_{cr} może zostać obliczony przez przemnożenie współczynnika obciążenia krytycznego przez maksymalny moment na długości danego elementu. W porównaniu do modeli prętowych, modele powłokowe pozwalają na dokładniejsze i bardziej szczegółowe modelowanie, dlatego otrzymany M_{cr} jest bliższy prawdzie. Kolejną przewagą modeli powłokowych związana jest z brakiem konieczności tworzenia podmodelu, co eliminuje błędy związane z definiowaniem podparcia bocznego. Wadą tego podejścia jest jego złożoność i dłuższy czas obliczeń numerycznych. Czas obliczeń w przypadku procedury AutoMcr jest około 100-krotnie krótszy od czasu obliczeń dla odpowiadającego modelu powłokowego. Aby uniknąć lokalnych deformacji w modelu powłokowym, środek belki głównej w miejscu przecięcia się belek został usztywniony elementami sztywnymi (bardziej precyzyjne rozwiązanie w postaci modelowania żeberek nie jest konieczne). Najniższa postać własna otrzymana została dla przypadku symetrycznego, kolejna dla przypadku niesymetrycznego (Rysunek 7).



Rysunek 7: Postacie wyboczenia modeli powłokowych: z lewej przypadek symetryczny, z prawej przypadek niesymetryczny

Wyniki [kNm]

W Tabeli 4, kolumny oznaczone Δ pokazują procentową różnicę między wartością sprężystego momentu krytycznego otrzymanego z AutoMcr (M_{AutoMcr}) a wartościami otrzymanymi z innych programów (M_{cr}), w oparciu o następującą zależność: $\Delta = (M_{\text{AutoMcr}} - M_{\text{cr}}) / M_{\text{cr}}$.

Tabela 4: Prównanie wyników

Typ obciążenia	Położenie obciążenia	Kształt postaci	Auto Mcr	LTBeam	Δ	Model powłokowy	Δ
Rozłożone	Górna półka	Niesymetryczny	597	596	0%	644	-8%
		Symetryczny	554	554	0%	581	-5%
	Środek ciężkości	Niesymetryczny	625	624	0%	619	1%
		Symetryczny	578	577	0%	558	3%
Siła skupiona	Górna półka	Niesymetryczny	628	629	0%	624	1%
		Symetryczny	569	569	0%	566	1%
	Środek ciężkości	Niesymetryczny	702	702	0%	669	5%
		Symetryczny	639	639	0%	610	5%

Porównując wyniki z programem LTBeam, można zauważyć, że metoda AutoMcr jest dokładna. Stwierdzić można ponadto, że wyniki otrzymane z modelu powłokowego i modelu prętowego (AutoMcr) są zgodne, zatem przyjęte wartości sztywności podparć są wystarczająco dokładne.

CZĘŚĆ 3. WERYFIKACJA

W tej części przedstawiono podsumowanie weryfikacji AutoMcr. Otrzymane wartości M_{cr} zostały porównane z wartościami otrzymanymi innymi metodami i programami, wśród których program LTBeam bazuje na identycznych założeniach teoretycznych, co aplikacja AutoMcr. W pierwszej części, modele LTBeam i modele powłokowe zostały zaczerpnięte z dokumentacji weryfikującej dla programu LTBeam: *Yvan Galea: LTBeam – Report on Validation Tests* [3]. Następnie przeprowadzono porównanie z podejściem analitycznym, przedstawionym w ENV [4]. Na koniec zestawiono różnice między AutoMcr zastosowaną w AxisVM 12 oraz AxisVM 13.

Różnica (Δ) dla wyników otrzymanych z aplikacji AutoMcr ($M_{AutoMcr}$) względem wartości (M_{cr}) otrzymanej dla pozostałych metod, obliczona została zgodnie z równaniem: $\Delta = (M_{AutoMcr} - M_{cr}) / M_{cr}$.

I. WALIDACJA Z PROGRAMEM LTBeam i INNYMI MODELAMI POWŁOKOWYMI

Modele powłokowe w programie Ansys

Na podstawie rozdziału 2 z [3].

W tej części przedstawiono proste przykłady wszystkich typów modeli, które mogą być policzone za pomocą aplikacji AutoMcr. Wyniki porównano z wynikami otrzymanymi w programie LTBeam i wynikami z modeli powłokowych w programie Ansys [3] - patrz Tabele 5-6. Wartości M_{cr} różnią się nieznacznie ($-4 \div 3\%$), co jest bardzo dobrym rezultatem.

Nazwa modelu AxisVM: LTBeam Validation - Chapter 2 - #.axis (where # is the number of the example)

Tabela 5: Porównanie wyników I.

Typ przykładu	Nr #	1x sym. c.s.	Mimoś. obc.	Auto Mcr	LTBeam		Ansys		Uwagi
					M _{cr}	Δ	M _{cr}	Δ	
				[kNm]	[kNm]	[%]	[kNm]	[%]	
ZMIENNY przekrój	40			188	186	-0.7	188	0.3	
	41			156	155	-0.7	157	0.4	
BELKA CIĄGŁA: podparcie boczne w środku rozpiętości	50			275	274	-0.4	274	-0.4	Parametr <i>Scalenie elementów konstr.</i> : wyniki są dokładniejsze, gdy belka modelowana jest w całości
	51			293	288	-1.6	288	-1.6	
	52			343	338	-1.5	338	-1.5	
	53			254	255	0.3	255	0.3	
	54			212	210	-0.8	210	-0.8	
	55	x		160	160	0.3	160	0.3	
	56			130	129	-0.9	129	-0.9	
	57			184	184	0.3	184	0.3	
	58			157	156	-0.6	156	-0.8	
WSPORNIK: różne warianty przyłożenia obciążenia: górną półkę, środek ścianki, dolną półkę	60		x	180	184	1.7	185	2.4	
				233	233	0.2	234	0.6	
			x	268	267	-0.3	268	-0.1	
	61		x	292	300	2.6	300	2.6	
				421	424	0.7	422	0.2	
			x	538	536	-0.3	532	-1.1	
	62		x	282	290	2.7	291	3.2	
				424	425	0.4	425	0.3	
			x	529	527	-0.4	525	-0.7	
	65	x	x	119	121	1.4	121	1.8	
				132	133	0.2	133	0.5	
			x	155	157	1.0	157	0.9	
	66		x	190	193	1.8	193	1.6	
				223	224	0.7	223	0.3	
			x	298	305	2.3	303	1.5	
67	x		184	188	2.3	189	2.5		
			220	221	0.4	221	0.3		
	x		285	290	1.6	288	1.0		

Tabela 6: Porównanie wyników II.

Typ przykładu	Nr #	1x sym. c.s.	Mimoś. obc.	Auto Mcr [kNm]	LTBeam		Ansys		Uwagi
					M _{cr}	Δ	M _{cr}	Δ	
					[kNm]	[%]	[kNm]	[%]	
PROSTA BELKA: różne warunki podparcia	70			150	149	-0.5	149	-0.7	
	71			530	523	-1.4	523	-1.2	
	72			361	358	-0.9	358	-0.9	
	75	x		105	105	-0.4	105	-0.4	
	76			264	264	0.1	263	-0.4	
	77			223	222	-0.3	221	-0.7	
BELKA SWOBODNIE PODPARTA: podparcia boczne w środku rozpiętości	80			854	853	-0.1	847	-0.9	Pośrednie podparcia boczne mogą być zdefiniowane bezpośrednio w modelu programu AxisVM i przyjmowane są wtedy automatycznie przez AutoMcr – lub w oknie „Podparcia boczne”
	82			625	625	0.1	622	-0.4	
	83			1265	1230	-2.9	1220	-3.7	
	84		x	625	622	-0.4	622	-0.4	
				579	577	-0.3	577	-0.3	
			x	359	363	1.2	363	1.2	
	85			477	478	0.1	476	-0.2	
	86			299	300	0.2	299	-0.1	
	87			344	345	0.1	344	-0.1	
	88		x	432	432	-0.1	431	-0.4	
				403	403	0.1	402	-0.1	
			x	377	378	0.4	378	0.1	
	89			330	324	-1.7	323	-1.9	Podparcie ciągłe: w AutoMcr może być zdefiniowane tylko, jako ciąg pojedynczych podparć
	90			319	314	-1.5	313	-1.8	
	91		x	315	309	-1.7	310	-1.6	
	92	x		225	224	-0.4	223	-0.5	
PRZEKRÓJ TEOWY: swobodnie podparty	100	x		17.7	17.8	0.6	17.8	0.7	
	101			15.1	15.1	-0.3	15.1	-0.2	
	102			15.6	15.7	0.7	15.8	1.0	
	103			13	13.0	-0.1	13.0	0.3	

Zmienny przekrój poprzeczny

Na podstawie rozdziału 5 z [3].

Analizowana belka posiada: zmienną wysokość środnika ($h_{w1} \div h_{w2}$), podparcie widełkowe na końcach, obciążona jest momentami skupionymi na końcach (M_1 i M_2). Wyniki są od +2% do -9% różne od wyników z programu LTBeam i Finelg [3]. Różnice te wynikają z różnej dyskretyzacji przekrojów i są pomijalne z uwagi na ogólną niepewność modelowania zmiennych przekrojów.

Nazwa modelu AxisVM: LTBeam Validation - Chapter 5 - Variable cross-section.axs

Tabela 7: Porównanie wyników dla belki ze zmiennym przekrojem

Nr modelu	L	hw1	hw2	M1	M2	AutoMcr	LTBeam		Finelg	
						M _{cr}	M _{cr}	Δ	M _{cr}	Δ
	[m]	[mm]	[mm]	[kNm]	[kNm]	[kNm]	[kNm]	%	[kNm]	%
P1-1A	5	400	800	200	-800	3498	3591	2.6	3586	2.4
P1-2A					-600	3718	3817	2.6	3811	2.4
P1-3A					400	2012	2064	2.5	2062	2.4
P1-4A					600	2253	2311	2.5	2308	2.4
P1-5A					800	2391	2453	2.5	2450	2.4
P1-6A					200	1501	1541	2.6	1539	2.5
P3-1A	5	200	1000	200	-1200	3599	3365	-6.9	3361	-7.1
P3-4A					1000	2674	2483	-7.7	2480	-7.8
P3-6A					200	1579	1455	-8.5	1454	-8.6
P1-1A	10	400	800	200	-800	1173	1189	1.3	1189	1.3
P1-6A					200	510	520	2.0	521	2.0
P3-1A	10	2000	1000	200	-1200	1169	1137	-2.8	1138	-2.8

II. PODSTAWOWE PRZYPADKI Z ANALITYCZNYM SFORMUŁOWANIEM WG ENV

W celu określenia wartości M_{cr} , program AxisVM od dawna korzystał z tzw. "formuły 3 współczynników", która znajduje się w prenormie Eurokodu [4] (w dalszej części nazywana ENV). Wspomniana formuła 3 współczynników „C” wykorzystuje dodatkowo współczynniki k_z i k_w , będące współczynnikami długości efektywnych. Zalecane wartości dla tych wszystkich współczynników można znaleźć w literaturze tylko dla podstawowych przypadków, a w niektórych przypadkach dają różne rezultaty. Aby wyznaczyć współczynnik $C1$, Lopez (i inni) zaproponował prostą, analityczną formułę, którą zaimplementowano w programie AxisVM. Formuła została skalibrowana na podstawie wyników numerycznych dla kilku warunków podparcia i obciążenia.

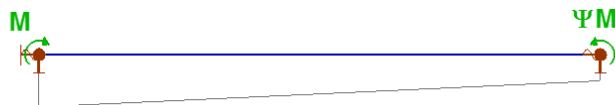
W Tabeli 6 przedstawiono podsumowanie i porównanie wyników AutoMcr z analitycznym podejściem w ENV dla współczynników przyjętych z różnych źródeł. Wszystkie przykłady obejmowały belki swobodnie podparte na końcach, obciążone i podparte na wysokości środka ścinania, o przekroju z pojedynczą lub podwójną osią symetrii, z różnymi wartościami współczynników długości efektywnej.

Wartości k_z i k_w przyjęto zgodnie z [5], jako równe. Dodatkowo obok współczynników dla belek z podporami przegubowymi i utwierdzonymi, w [5] podane są wartości współczynników dla trzeciego typu podparcia tj. podparcia podatnego: odpowiada to przypadkowi, kiedy k przyjmuje wartość 0,7. Informacja dla trzeciego typu podparcia zawarta w [5] z punktu widzenia aplikacji AutoMcr jest niewystarczająca, stąd dla tego podparcia rozpatrzono trzy ustawienia współczynników. Wartość $k=0,7$ odpowiada belce, która na jednym końcu jest w pełni zamocowana a na drugim przegubowo i dla takich ustawień została przyjęta najmniejsza możliwa wartość M_{cr} . W dwóch pozostałych przypadkach, k_z lub k_w przyjmuje wartość 0,5, a odpowiedni drugi współczynnik przyjmuje wartość 1,0, co odpowiada sytuacji często spotykanej w praktyce. W Tabeli 5 zestawiono rozpatrywane warunki podparcia (składowe podparcia nieuwzględnione w tej Tabeli są przyjęte jako zerowe w AutoMcr).

Tabela 8: Warunki podparcia bocznego w odniesieniu do różnych metod

Warunki podparcia	ENV		AutoMcr	
	k_z	k_w	Lewa podpora	Prawa podpora
przegubowe	1	1	$R_y = R_{xx} = 10^{10}$	$R_y = R_{xx} = 10^{10}$
„podatne”	0.7	0.7	$R_y = R_{xx} = R_{zz} = R_w = 10^{10}$	$R_y = R_{xx} = 10^{10}$
	0.5	1	$R_y = R_{xx} = R_{zz} = 10^{10}$	$R_y = R_{xx} = R_{zz} = 10^{10}$
	1	0.5	$R_y = R_{xx} = R_w = 10^{10}$	$R_y = R_{xx} = R_w = 10^{10}$
zamocowanie	0.5	0.5	$R_y = R_{xx} = R_{zz} = R_w = 10^{10}$	$R_y = R_{xx} = R_{zz} = R_w = 10^{10}$

Obciążenie tylko momentami na końcach



Rozpiętość: L=8m

Rysunek 8. Obciążenie tylko momentami na końcach

Przekrój poprzeczny: symetryczny, spawany (wielkość ścianek odpowiada przekrojowi IPE 300)

Nazwa modelu AxisVM: Basic cases – End moments – Symmetric cross-section.axs

Tabela 9: Porównanie analitycznych i numerycznych wyników, obciążenie tylko momentami na końcach

Stosunek momentów na końcach	Wsp. efekt. długości		Auto M _{cr}	Wzór ENV [4], współczynniki C [5]					Wzór ENV [4], wsp. C ₁ wg Lopez [6]			Access Steel [7]			LTBeam v1.0.10		Abaqus [8]	
	ψ	ψ		C ₁	C ₂	C ₃	M _{cr}	Δ	C ₁	M _{cr}	Δ	C ₁	M _{cr}	Δ	M _{cr}	Δ	M _{cr}	Δ
	[-]	[-]	[kNm]	[-]	[-]	[-]	[kNm]	[%]	[-]	[kNm]	[%]	[-]	[kNm]	[%]	[kNm]	[%]	[kNm]	[%]
1	1	1	57	1			57	0	1	57	0	1	57	0	57	0	57	0
	0.7	0.7	91	1			91	0	1	91	0				91	0		
	0.5	1	126	1	-	-	114	11	1	114	11				126	0		
	1	0.5	84	1			75	12	1	75	12				84	0		
	0.5	0.5	150	1			150	0	1	150	0				150	0		
0.5	1	1	75	1.323			75	0	1.301	74	1	1.31	75	0	75	0		
	0.7	0.7	110	1.473			134	-18	1.302	119	-8				110	0		
	0.5	1	165	1.473	-	-	168	-2	1.301	148	11				165	0		
	1	0.5	111	1.473			111	0	1.301	98	13				111	0		
	0.5	0.5	198	1.514			227	-13	1.305	196	1				198	0		
0	1	1	104	1.879			107	-3	1.78	102	2	1.77	101	3	104	0		
	0.7	0.7	134	2.092			191	-30	1.785	163	-18				134	0		
	0.5	1	226	2.092	-	-	239	-5	1.782	203	11				226	0		
	1	0.5	157	2.092			157	0	1.782	134	17				157	0		
	0.5	0.5	275	2.15			323	-15	1.803	271	1				275	0		
-0.5	1	1	143	2.704			154	-7	2.397	137	4	2.33	133	8	143	0		
	0.7	0.7	163	3.009			275	-41	2.499	228	-29				163	0		
	0.5	1	288	3.009	-	-	343	-16	2.472	282	2				289	0		
	1	0.5	227	3.009			226	0	2.472	186	22				227	0		
	0.5	0.5	375	3.093			465	-19	2.679	402	-7				375	0		
-1	1	1	154	2.752			157	-2	2.449	140	10	2.55	140	10	154	0	153	1
	0.7	0.7	190	3.063			279	-32	2.652	242	-21				190	0		
	0.5	1	271	3.063	-	-	349	-22	2.599	296	-8				271	0		
	1	0.5	268	3.063			230	17	2.599	195	37				268	0		
	0.5	0.5	378	3.149			473	-20	3.024	454	-17				378	0		

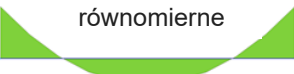
W Tabeli 9 wykazano, że różne metody dają znacząco różne wyniki. We wszystkich przypadkach wyniki z AutoMcr i programu LTBeam są sobie bliskie.

- W przypadku przegubowo podpartych belek, wyniki są zawsze bardzo zbliżone dla wszystkich metod.
- W przypadku belek zamocowanych, wyniki analityczne wg ENV z wartością współczynnika C_1 wg Lopeza [6] są najbliższe wartościom z procedury AutoMcr, (głównie, gdy $\Psi > 0$).
- Różnice pomiędzy metodami dla podatnego podparcia wynikają z różnych definicji warunków brzegowych.

Obciążenie poprzeczne

Nazwa modelu AxisVM: Basic cases – Transverse loading – Symmetric cross-section.axs

Tabela 10: Porównanie wyników analitycznych i numerycznych, obciążenie poprzeczne

Rozkład momentów	Wsp. efekt. długości	Auto Mcr	Wzór ENV [4], wzór C wg [5]					Wzór ENV [4], wsp. C_1 wg Lopeza [6]		
	k [-]	M_{cr} [kNm]	C_1 [-]	C_2 [-]	C_3 [-]	M_{cr} [kNm]	Δ [%]	C_1 [-]	M_{cr} [kNm]	Δ [%]
obciążenie równomierne 	1	135	1.132	0.459	0.525	134	-1	1.129	134	-1
	0.5	292	1	0.304	0.478	290	-1	1.014	302	3
obciążenie równomierne 	1	314	2.576	1.562	0.753	305	-3	2.408	285	-10
	0.5	524	1.494	0.652	1.07	446	-17	1.908	569	8
siła skupiona 	1	161	1.365	0.553	0.411	162	1	1.247	148	-9
	0.5	318	1.07	0.432	0.338	319	0	1.03	307	-4
siła skupiona 	1	203	1.565	1.267	2.64	185	-10	1.382	164	-24
	0.5	313	0.938	0.715	4.8	280	-12	1.037	309	-1
siła skupiona 	1	130	1.046	0.43	0.562	124	-5	1.124	133	2
	0.5	277	1.01	0.41	0.539	301	8	1.013	302	8

III. RÓŻNICE MIĘDZY AXISVM W WERSJI 12 I 13

W programie AxisVM12, gdy definiowany jest podmodel, warunki podparcia są przyjmowane na podstawie zdefiniowanych przez użytkownika współczynników k_z i k_w . Otrzymane wartości M_{cr} są zbliżone do wartości otrzymanych w programie AxisVM13 w przypadkach podstawowych ($k=0,5$ lub $k=1,0$), natomiast nieznacznie różnią się, gdy zachodzi nierówność $k_z \neq k_w$.

Kolejną ważną różnicą jest to, że w wersji 13 spełniając wymagania bezpiecznego projektowania, w przypadku belek zamocowanych na końcach, procedura AutoMcr automatycznie zakłada $R_y=R_{xx}=R_{zz}=1010$, podczas gdy sztywność R_w musi być określona przez użytkownika. W wersji 12, jeżeli $k_z=k_w=0,5$, R_w przyjmowano również, jako sztywne.

Tabela 11: Warunki podparcia bocznego

Typ podpór	Współczynniki długości wyboczeniowej		Sztywności podparcia bocznego	
	k_z	k_w	AXISVM12	AXISVM13 ustawienia podstawowe
przegubowe	1	1	$R_y = R_{xx} = 10^{10}$	$R_y = R_{xx} = 10^{10}$
sztywne	0.5	0.5	$R_y = R_{xx} = R_{zz} = R_w = 10^{10}$	$R_y = R_{xx} = R_{zz} = 10^{10}$

Metoda AutoMcr w AxisVM13 jest numerycznie bardziej precyzyjna niż w wersji 12. Wartości M_{cr} różnią się maksymalnie do $\pm 10\%$. W przypadku pierwszego otwarcia modelu wersji 13 (stworzonego i zapisanego wcześniej w wersji 12), definicje podparć pozostają takie same jak w wersji 12, lecz M_{cr} jest liczony bardziej precyzyjnym algorytmem. W takim przypadku w oknie dialogowym Parametry Wymiarowania Stali przy metodzie obliczania M_{cr} pojawi się informacja: „AutoMcr_v12”. Zalecana jest w takim przypadku konwersja modelu i redefinicja jego podparć bocznych, aby przeprowadzić dokładniejsze wymiarowanie elementu stalowego.

LITERATURA

- [1] Yvan Galea: Moment critique de deversement elastique de poutres flechies presentation du logiciel Itbeam, CTICM, www.cticm.com, 2003 (in French)
- [2] Stahlbau: Teil 2 - Stabilität und Theorie II. Ordnung, 10.4 Stabilisierung durch behinderung der verdrehungen, szerző: Rolf Kindmann, Ernst&Sohn, 4th edition, pp. 336-338., 2008 (in German)
- [3] Yvan Galea: LTBeam – Report on Validation Tests, CTICM, July 2002, www.cticm.com
- [4] ENV 1993-1-1: Appendix F
- [5] Ádány, Dulácska, Dunai, Fernezely, Horváth: Acélszerkezetek, 1. Általános eljárások, Tervezés az Eurocode alapján, 2006 (in Hungarian)
- [6] López, Yong, Serna: Lateral-torsional buckling of steel beams: A general expression for the moment gradient factor. Proceedings of the International Colloquium of Stability and Ductility of Steel Structures, D. Camotim et al. Eds., Lisbon, Portugal, September 6-8, 2006.
- [7] Access Steel: NCCI: Elastic critical moment for lateral torsional buckling, SN003a-EN-EU, 2008
- [8] Braham M. – "Le déversement élastique des poutres en I à section monosymétrique soumises à un gradient de moment de flexion" – Revue Construction Métallique n°1-2001 – CTICM (in French)